



TESIS - SM 142501

ESTIMASI VARIABEL KEADAAN PADA *NON-ISOTHERMAL CONTINUOUS STIRRED TANK REACTOR* MENGGUNAKAN *FUZZY KALMAN FILTER*

RISA FITRIA
NRP 1211201202

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017



THESIS - SM 142501

STATE VARIABLE ESTIMATION OF NON- ISOTHERMAL CONTINUOUS STIRRED TANK REACTOR USING FUZZY KALMAN FILTER

RISA FITRIA
NRP 1211201202

SUPERVISOR
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

MASTER DEGREE
MATHEMATICS DEPARTMENT
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017

**ESTIMASI VARIABEL KEADAAN PADA NON-ISOTHERMAL
CONTINUOUS STIRRED TANK REACTOR MENGGUNAKAN FUZZY
KALMAN FILTER**

**Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si.)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

**Oleh:
RISA FITRIA
NRP. 1211 201 202**

**Tanggal Ujian : 09 Januari 2017
Periode Wisuda : Maret 2017**

Disetujui oleh:


**Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si.
NIP. 19730930 199702 1 001**

(Pembimbing)


**Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
NIP. 19660414 199102 2 001**

(Penguji)


**Dr. Dra. Mardlijah, MT
NIP. 19670114 199102 2 001**

(Penguji)


**Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si.
NIP. 19830517 200812 1 003**

(Penguji)

**an. Direktur Program Pascasarjana
Asisten Direktur**


**Prof. Dr. Ir. Tri Widjaja, M.Eng.
NIP. 19611021 198603 1 001**

ESTIMASI VARIABEL KEADAAN PADA *NON-ISOTHERMAL CONTINUOUS STIRRED TANK REACTOR* MENGGUNAKAN FUZZY KALMAN FILTER

Nama : Risa Fitria
NRP : 1211201202
Pembimbing : Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

ABSTRAK

Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR) merupakan salah satu alat yang penting dalam industri kimia. Pada umumnya reaksi pada CSTR berlangsung dalam waktu yang singkat dan hanya komponen – komponen stabil saja yang bisa teramati. Sehingga suatu estimasi dari variabel keadaan pada model sistem CSTR sangat dibutuhkan. Kalman Filter merupakan algoritma estimasi variabel sistem dinamik stokastik yang menggabungkan model matematika dan data pengukuran. Modifikasi Kalman Filter untuk sistem nonlinear dengan menggabungkan teori Fuzzy disebut *Fuzzy Kalman Filter (FKF)*, untuk beberapa kasus memiliki kinerja yang baik. Pada penelitian ini, digunakan metode FKF untuk mengestimasi variabel keadaan pada *Non-Isothermal CSTR*. Kemudian hasil estimasi yang diperoleh akan dibandingkan tingkat akurasi dengan metode pengembangan Kalman Filter yang lain yaitu EKF dan EnKF.

Hasil estimasi menunjukkan bahwa metode EnKF lebih akurat daripada metode FKF dan EnKF untuk estimasi konsentrasi reaktan dan temperatur tangki. Sedangkan untuk estimasi temperatur *cooling jacket*, metode FKF lebih akurat. Berdasarkan waktu komputasi metode EKF 8,4% lebih cepat dari waktu komputasi metode FKF dan 96,2% lebih cepat dari metode EnKF.

Kata Kunci : *Extended Kalman Filter (EKF), Ensemble Kalman Filter (EnKF), Fuzzy Kalman Filter (FKF), Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor (Non-Isothermal CSTR).*

STATE VARIABLE ESTIMATION OF NON-ISOTHERMAL CONTINUOUS STIRRED TANK REACTOR USING FUZZY KALMAN FILTER

Name : Risa Fitria
NRP : 1211201202
Supervisor : Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

ABSTRACT

Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR) is one of the most important tools in chemical manufacturing. In general, the reaction in the CSTR take place in short time and only the stable components that could be observed. So that the estimation of the state variable in CSRT model is needed. Kalman filter is an algorithm to estimate the state variable of the stochastic dynamical linear system. This algorithm combines the mathematical model with the measurement data. The famous modification of Kalman Filter for nonlinear system is Extended Kalman Filter (EKF) and Ensemble Kalman Filter (EnKF). However, previous research has demonstrated that the Kalman Filter algorithm combines with Fuzzy theory, namely Fuzzy Kalman Filter (FKF), in some cases, have good performance. In this research state variable of Non-Isothermal CSTR will be estimated using FKF. Furthermore, The accuracy of estimation result using FKF will be compared with the estimation result using EKF and FKF.

The estimation results show that the EnKF method is more accurate than FKF and EKF methods for estimating reactans concentration and tank temperature. Estimating cooling jacket temperature using FKF method is more accurate than EKF and EnKF methods. However, based on the computational time, EKF method 8,4% faster than the computational time of FKF method and 96,2% faster than the computational time of EnKF method.

Keywords : *Extended Kalman Filter (EKF), Ensemble Kalman Filter (EnKF), Fuzzy Kalman Filter (FKF), Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor (Non-Isothermal CSTR).*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul

“Estimasi Variabel Keadaan pada *Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor* Menggunakan Fuzzy Kalman Filter”

Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat kelulusan Program Studi Strata 2 (S-2) Program Magister Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan tesis ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Rektor ITS, Direktur Pascasarjana ITS, Dekan FMIPA ITS, Ketua Jurusan Matematika ITS, Ketua Program Studi Pascasarjana Matematika ITS atas segala bantuan sehingga Tesis dapat terselesaikan dengan baik.
2. Bapak Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc selaku dosen wali yang telah membimbing dan memberikan motivasi selama menempuh pendidikan magister.
3. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan, saran dan motivasinya dalam mengerjakan Tesis ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
4. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si, Ibu Dr. Dra. Mardlijah, MT, dn Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si selaku dosen penguji atas semua saran yang telah diberikan demi perbaikan Tesis ini.
5. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Pascasarjana Matematika FMIPA ITS yang telah mendidik penulis baik di dalam maupun di luar perkuliahan serta Bapak dan Ibu staf Tata Usaha Jurusan Matematika ITS.
6. Bapak Zainal Fanani, Ibu Muslimah, Bapak H. Sukirman Kusnadi, Ibu Hj. Chaidaroh selaku orangtua dan mertua, serta adik Sari Jumayla dan Kharis

Hanafi atas segala doa dan dukungan selama penulis menempuh studi di ITS.

7. Ahmad Muhyiddin dan Auni Mahira Sakhi selaku suami dan putri penulis atas segala doa, motivasi, pengorbanan, dan kesabaran yang diberikan hingga terselesainya Tesis ini.
8. Resi Arumin Sani dan Ngatini yang telah membantu, mendoakan, dan memberikan semangat kepada penulis.
9. Keluarga besar Pascasarjana Matematika ITS 2014 yang telah menemani dan memberikan semangat kepada penulis dan semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu – satu.

Penulis menyadari bahwa dalam Tesis ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan untuk kesempurnaan Tesis ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru khususnya dalam bidang Matematika Terapan.

Surabaya, 20 Januari 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	5
2.1 Extended Kalman Filter	5
2.2 Ensemble Kalman Filter	6
2.3 Fuzzy Kalman Filter	8
2.3.1 Sistem Fuzzy	8
2.3.2 Fungsi Keanggotaan	9
2.3.3 Fuzzifikasi	11
2.3.4 Aturan Dasar Logika Fuzzy	11
2.3.5 Algoritma Fuzzy Kalman Filter	12
2.3.6 Defuzzifikasi	13
2.4 <i>Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor</i>	13
BAB 3 METODE PENELITIAN	17
3.1 Tahapan Penelitian	17
3.2 Diagram Alir Penelitian	19
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	25

4.1	Persamaan Model Sistem <i>Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor</i>	25
4.1.1	Diskritisasi	26
4.1.2	Linearisasi	27
4.1.3	Analisis Ruang Keadaan Sistem pada Model <i>Non-Isothermal CSTR</i>	29
4.1.4	Pembentukan Sistem Diskrit Stokastik	31
4.2	Implementasi Fuzzy Kalman Filter	32
4.2.1	Fuzzifikasi	33
4.2.2	Aturan Dasar Logika Fuzzy	37
4.2.3	Algoritma Fuzzy Kalman Filter	37
4.2.4	Defuzzifikasi	41
4.3	Implementasi Extended Kalman Filter	42
4.4	Implementasi Ensemble Kalman Filter	43
4.5	Simulasi	46
4.5.1	Kasus 1	48
4.5.2	Kasus 2	52
BAB 5	PENUTUP	59
5.1	Kesimpulan	59
5.2	Saran	60
DAFTAR PUSTAKA		61
LAMPIRAN		
A.	<i>Source Code</i>	65
B.	Biografi Penulis	73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik Fungsi Keanggotaan Linear Naik	10
Gambar 2.2 Grafik Fungsi Keanggotaan Linear Turun	10
Gambar 2.3 <i>Non-Isothermal</i> CSTR.....	14
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian	18
Gambar 3.2 Diagram Alir EnKF.....	19
Gambar 3.3 Diagram Alir EKF	20
Gambar 3.4 Diagram Alir FKF	21
Gambar 4.1 Grafik Fungsi Keanggotaan C_A minimum	35
Gambar 4.2 Grafik Fungsi Keanggotaan C_A maksimum	35
Gambar 4.3 Grafik Fungsi Keanggotaan T minimum	36
Gambar 4.4 Grafik Fungsi Keanggotaan T maksimum	36
Gambar 4.5 Grafik Estimasi Konsentrasi Reaktan (C_A) ; $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$...	49
Gambar 4.6 Grafik Estimasi Temperatur Tangki (T) ; $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$	50
Gambar 4.7 Grafik Estimasi Temperatur Cooling Jacket (T_j) ; $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$	50
Gambar 4.8 Grafik Error Estimasi Konsentrasi Reaktan (C_A) ; $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$	51
Gambar 4.9 Grafik Error Estimasi Temperatur Tangki (T); $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$	51
Gambar 4.10 Grafik Error Estimasi Temperatur Cooling Jacket (T_j) ; $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$	52
Gambar 4.11 Grafik Estimasi Konsentrasi Reaktan (C_A) ; $H=[1\ 0\ 0]$	53
Gambar 4.12 Grafik Estimasi Temperatur Tangki (T) ; $H=[1\ 0\ 0]$	54
Gambar 4.13 Grafik Estimasi Temperatur Cooling Jacket (T_j); $H=[1\ 0\ 0]$	54
Gambar 4.14 Grafik Error Estimasi Konsentrasi Reaktan (C_A); $H=[1\ 0\ 0]$	55
Gambar 4.15 Grafik Error Estimasi Temperatur Tangki (T); $H=[1\ 0\ 0]$	56
Gambar 4.16Grafik Error Estimasi Temperatur Cooling Jacket (T_j) ; $H=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0]$	56

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Parameter Proses dari Non-Isothermal CSTR	26
Tabel 4.2 Nilai RMSE dan Waktu Komputasi dari FKF, EKF, dan EnKF ; H=[1 0 0; 0 1 0]	49
Tabel 4.3 Nilai RMSE dan Waktu Komputasi dari FKF, EKF, dan EnKF ; H=[1 0 0]	57

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR) merupakan salah satu reaktor kimia, yaitu tempat terjadinya reaksi pembentukan maupun penguraian dari satu atau beberapa komponen dimana aliran yang masuk atau keluar berlangsung secara kontinu. Reaksi yang terjadi dapat berupa reaksi satu arah, berbalik arah, atau reaksi berantai yang bersifat *isothermal* maupun *non-isothermal*. Pada umumnya reaksi pembentukan maupun penguraian ini berlangsung dalam waktu yang singkat, bahkan untuk reaksi berantai hanya komponen – komponen stabil saja yang dapat teramati. Sehingga suatu estimasi dari variabel keadaan pada model sistem CSTR sangat dibutuhkan.

Kalman Filter adalah algoritma estimasi variabel dinamik stokastik yang menggabungkan model matematika dan data pengukuran. Akan tetapi, algoritma Kalman Filter hanya dapat diimplementasikan pada model sistem linear sehingga untuk mengestimasi variabel keadaan pada model sistem nonlinear dibutuhkan modifikasi terlebih dahulu. Algoritma pengembangan dari Kalman Filter yang terkenal dan sering digunakan untuk sistem nonlinear adalah *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Ensemble Kalman Filter* (EnKF). Pengembangan algoritma Kalman Filter yang lain adalah *Fuzzy Kalman Filter* (FKF) yang merupakan suatu metode gabungan yang berasal dari Logika Fuzzy dan Kalman Filter.

Baihaqi (2009) dalam papernya mengaplikasikan metode EnKF dan *Unscented Kalman Filter* (UKF) untuk mengestimasi variabel keadaan pada model *Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor* (*Non-Isothermal CSTR*). Hasil yang diperoleh adalah metode UKF memiliki norm kovarian lebih kecil namun waktu yang dibutuhkan lebih banyak dari pada menggunakan metode EnKF. Kemudian Apriliani (2011) menerapkan skema *Reduced Rank Ensemble Kalman Filter* (RREnKF) pada *Non-Isothermal CSTR*. Hasil yang diperoleh adalah skema RREnKF tidak dapat diterapkan pada model *Non-Isothermal CSTR*

karena dimensi dari variabel state terlalu kecil. Sani (2016) menerapkan *Fuzzy Kalman Filter* (FKF) untuk mengestimasi variabel keadaan gerak longitudinal pesawat terbang, hasil yang diperoleh FKF memiliki nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) relatif lebih kecil daripada algoritma Kalman Filter pada semua variabel gerak longitudinal pesawat terbang.

Penelitian ini membahas tentang estimasi variabel keadaan pada *Non-Isothermal CSTR* menggunakan metode FKF, EKF, dan EnKF. Selanjutnya hasil estimasi dari ketiga metode tersebut akan dibandingkan. Adapun perbandingan yang dilakukan ditinjau dari segi waktu komputasi dan akurasi hasil estimasi yang terlihat dari nilai norm kovariansi error.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah berdasarkan latar belakang di atas adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil estimasi variabel keadaan pada *Non-Isothermal CSTR* dengan menggunakan metode FKF, EKF, dan EnKF?
2. Bagaimana perbandingan tingkat akurasi hasil estimasi variabel keadaan pada *Non-Isothermal CSTR* dari metode FKF, EKF dan EnKF?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Model sistem nonlinear yang digunakan pada penelitian ini adalah model *Non-Isothermal CSTR* pada reaksi antara *Sodium Thiosulfat* dan *Hydrogen Peroxide*.
2. Variabel keadaan yang akan diestimasi adalah konsentrasi reaktan (C_A), temperatur *tank reactor* (T), dan temperatur *cooling jacket* (T_j).
3. Estimasi variabel keadaan dengan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) merupakan hasil penelitian sebelumnya.
4. Hasil simulasi menggunakan software Matlab.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Melakukan estimasi variabel keadaan pada model *Non-Isothermal CSTR*.
2. Membandingkan hasil estimasi variabel keadaan pada model *Non-Isothermal CSTR* dari ketiga metode yaitu FKF, EKF, dan EnKF.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah memberikan informasi metode mana yang terbaik antara FKF, EKF, dan EnKF dalam mengestimasi variabel keadaan sistem nonlinear, dalam kasus ini model yang digunakan adalah *Non Isothermal CSTR*.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Extended Kalman Filter

Kalman Filter merupakan algoritma estimasi dalam bentuk rekursif dan linear. Akan tetapi, masalah yang dihadapi tidak selalu berbentuk linear, karena itu dikembangkan algoritma yang dapat diterapkan untuk mengestimasi masalah nonlinier. Salah satu pengembangan dari algoritma Kalman Filter adalah algoritma *Extended Kalman Filter* (EKF).

Misalkan diberikan model sistem dinamik stokastik nonlinear :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (2.1)$$

dengan pengukuran nonlinear $z_k \in \mathbb{R}^p$ memenuhi,

$$z_k = h(x_k) + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

dalam hal ini w_k adalah noise model sistem dan v_k adalah noise pengukuran yang keduanya diasumsikan *white noise*.

Pada algoritma EKF sebelum melakukan estimasi terlebih dahulu dilakukan linearisasi model sistem dengan mendefinisikan :

$$x_{k+1}^* = f(\hat{x}_k, u_k) \quad (2.2)$$

$$z_{k+1}^* = h(x_{k+1}^*) \quad (2.3)$$

$$A = [A_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right] \quad (2.4)$$

$$H = [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j}(x_{k+1}^*) \right] \quad (2.5)$$

dengan \mathbf{A} dan \mathbf{H} adalah matriks Jacobi yang diperoleh dari penurunan f dan h terhadap x . Berdasarkan pengertian deret Taylor dan persamaan 2.2 sampai 2.5, maka persamaan 2.1 diaproksimasi ke dalam bentuk linear menjadi :

$$x_{k+1} \approx x_{k+1}^* + \mathbf{A}(x_k - \hat{x}_k) + w_k \quad (2.6)$$

$$z_{k+1} \approx x_{k+1}^* + \mathbf{H}(x_{k+1} - x_{k+1}^*) + v_{k+1} \quad (2.7)$$

Persamaan 2.6 dan 2.7 sudah berbentuk persamaan linear, sehingga dapat digunakan dalam metode Kalman Filter. Modifikasi inilah yang disebut dengan metode *Extended Kalman Filter* (EKF). Berikut adalah algoritma *Extended Kalman Filter* (EKF) (Simon, 2006) :

1. Model sistem dan model pengukuran

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$z_k = h(x_k) + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

2. Inisialisasi

$$P_0 = P_{x_0}; \hat{x}_0 = \bar{x}_0$$

3. Tahap prediksi (*time update*)

$$\text{Kovariansi error} : P_{k+1}^- = \mathbf{A}P_k\mathbf{A}^T + Q_k$$

$$\text{dengan } \mathbf{A} = [A_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right]$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{x}_k, u_k)$$

4. Tahap koreksi (*masurement update*)

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\text{dengan } \mathbf{H} = [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j}(x_{k+1}^*) \right]$$

$$\text{Kovariansi error} : P_{k+1} = [I - K_{k+1}H]P_{k+1}^-$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-)$$

2.2 Ensemble Kalman Filter

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma *Kalman Filter* yang dapat digunakan untuk mengestimasi model

sistem linear maupun nonlinear. Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) diperkenalkan oleh Evensen (1994) dengan membangkitkan sejumlah *ensemble* pada tahap prediksi untuk mengestimasi kovarian errornya.

Bentuk umum sistem dinamik nonlinear pada EnKF adalah sebagai berikut :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

dengan pengukuran linear $z_k \in \mathbb{R}^p$ yaitu :

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan H_k adalah matriks pengukuran yang menunjukkan variabel mana yang dapat diukur.

Proses estimasi pada EnKF diawali dengan membangkitkan sejumlah N *ensemble* dengan mean 0 dan kovarian 1. *Ensemble* yang dibangkitkan dilakukan secara random dan berdistribusi normal (Evensen, 2003).

Evensen (2003) memberikan suatu algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dalam melakukan estimasi dengan sistem dinamik nonlinear dan pengukuran yang linear. Berikut adalah algoritma dari Ensemble Kalman Filter :

1. Inisialisasi

- Bangkitkan N – ensemble sesuai dengan tebakan awal \bar{x}_0

$$x_{0,i} = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3} \quad \dots \quad x_{0,N}]$$

dengan $x_{0,i} \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); i = 1, 2, 3, \dots, N - 1, N$

- Tentukan nilai awal:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{0,i}$$

2. Tahap *time update*

- Bangkitkan sejumlah N – ensemble dari estimasi time update

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k,i}$$

dengan $w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$

- Rata – rata dari estimasi *time update*

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k,i}^-$$

- Kovariansi dari error estimasi *time update*

$$P_k^- = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$$

3. Tahap *measurement update*

- Bangkitkan sejumlah N – ensemble dari *measurement update*

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i}$$

dengan $v_{k,i} \sim N(0, R_k)$ adalah ensemble dari measurement noise

- Estimasi *measurement update*

$$\hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k(z_{k,i} - H\hat{x}_{k,i}^-)$$

- Rata – rata dari estimasi *measurement update*

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k,i}$$

- Kovariansi dari error estimasi *measurement update*

$$P_k = [1 - K_k H] P_k^-$$

2.3 Fuzzy Kalman Filter

2.3.1 Sistem Fuzzy

Teori himpunan Fuzzy pertama kali diperkenalkan oleh Lotfi A. Zadeh (1965) sebagai bentuk permasalahan dalam hal ketidakpastian. Teori Fuzzy dapat digunakan untuk mengkontruksi hubungan nonlinear dengan informasi heuristik. Dalam konteks Fuzzy, himpunan *crisp* didefinisikan sebagai himpunan yang memiliki elemen – elemen yang pasti dan dapat dibedakan.

Sistem inferensi Fuzzy merupakan suatu bentuk kerangka yang menganut aturan pada teori himpunan Fuzzy. Dimana aturan dasar sistem inferensi Fuzzy yaitu berbentuk IF – THEN. Dengan demikian, jika kondisi ”Diberikan”, maka kesimpulannya adalah ”Tersirat”. Salah satu metode sistem inferensi Fuzzy yaitu

metode Sugeno. Metode ini diperkenalkan pertama kali oleh Michio Sugeno. Adapun tahapan – tahapan metode Sugeno adalah fuzzifikasi, aturan dasar, dan defuzzifikasi.

2.3.2 Fungsi Keanggotaan

Misalkan terdapat suatu himpunan S dan μ_s menjadi fungsi kepercayaan , atau dapat dikatakan sebagai fungsi keanggotaan. Maka himpunan fuzzy nya sebagai berikut (Chen, 1997):

$$S_f = \{s \in S | s \text{ merupakan anggota fungsi } \mu_s(\cdot)\}$$

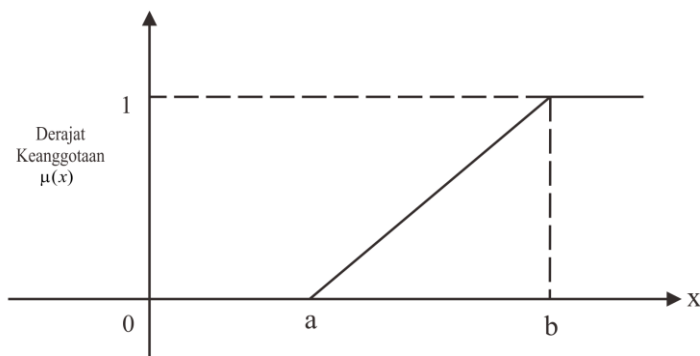
Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu fungsi yang menunjukkan titik – titik input data ke dalam derajat keanggotaan. Penelitian ini menggunakan representasi linear yaitu pemetaan input kedalam derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Terdapat dua kondisi himpunan Fuzzy pada representasi linear (Han, 2004) :

- Linear Naik

Representasi linear naik menggambarkan bahwa nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.

Fungsi keanggotaan :

$$\mu_x(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & ; \quad a \leq x \leq b \\ 1 & ; \quad x > b \end{cases}$$



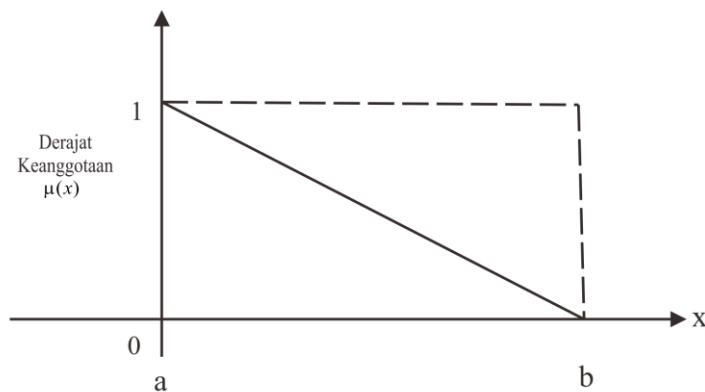
Gambar 2.1 Grafik Fungsi Keanggotaan Linear Naik

- Linear Turun

Representasi linear turun menggambarkan bahwa nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri dan bergerak menurun ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah.

Fungsi keanggotaan :

$$\mu_x(x) = \begin{cases} \frac{b-x}{b-a} & ; \quad a \leq x \leq b \\ 0 & ; \quad x > b \end{cases}$$



Gambar 2.2 Grafik Fungsi Keanggotaan Linear Turun

2.3.3 Fuzzifikasi

Fuzzifikasi merupakan suatu proses yang mengubah input dari bentuk *crisp* (tegas) menjadi bentuk fuzzy (*variable linguistic*) yang biasanya disajikan dalam bentuk himpunan – himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaanya masing – masing hal ini berfungsi jika terdapat suatu bentuk ketidakjelasan, ambiguitas, atau ketidaktepatan maka variabel fuzzy dapat mewakili fungsi keanggotaan tersebut. Dalam penelitian ini terdapat model sistem dan model pengukuran, yaitu:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k$$

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

Dalam sistem tersebut terdapat 3 buah matriks yang dapat berkorespondensi dengan sistem interval fuzzy yang diberikan sebagai berikut (Chen dkk, 1997):

$$A_f^i = \{a_{pq} \in A | a_{pq} \text{ merupakan fungsi anggota dari } \mu_A^i(\cdot)\}$$

$$B_f^i = \{b_{pq} \in B | b_{pq} \text{ merupakan fungsi anggota dari } \mu_B^i(\cdot)\}$$

$$H_f^i = \{h_{pq} \in H | h_{pq} \text{ merupakan fungsi anggota dari } \mu_H^i(\cdot)\}$$

dengan $\mu_A^i(\cdot)$, $\mu_B^i(\cdot)$, $\mu_H^i(\cdot)$; $i = 1, 2, 3, \dots$ untuk selanjutnya akan ditentukan pada aturan logika fuzzy (Chen, 1997).

2.3.4 Aturan Dasar Logika Fuzzy

Untuk menggambarkan aturan dasar logika fuzzy IF-THEN, misalkan ingin menerapkan formula iterasi *crisp* $x_{k+1} = Ax_k$, dimana A adalah interval skalar. Dalam kasus non fuzzy ketika datum a akan datang ke dalam interval A , maka $x_{k+1} = ax_k$. Jika terdapat 3 fungsi keanggotaan yang didefinisikan pada interval A maka memiliki 3 nilai keanggotaan. Sehingga misalkan mempunyai fungsi keanggotaan $\mu_A^i(a)$ yang sesuai dengan hasil perhitungan x_{k+1}^i maka bergantung dari keadaan sebelumnya dapat dinyatakan sebagai berikut (Chen, 1997) :

$$x_{k+1}^i = \mu_A^i(a)ax_k$$

dengan x_k merupakan langkah sebelumnya. Secara umum, aturan dasar logika fuzzy IF-THEN diberikan sebagai berikut:

$$\text{Rule } i: \text{IF } a \text{ is } A_i \text{ THEN } x_{k+1}^i = \mu_A^i(a)ax_k$$

Dengan a adalah A_i yang berarti a yang dimiliki oleh A memiliki nilai keanggotannya μ_A^i , dan $[a_{pq}]$ menunjukkan matriks $A = [a_{pq}]_{n \times n}$ pada setiap langkah ke- k . Setelah dibentuk aturan dasar tersebut, setiap aturan dasar dimasukkan ke dalam algoritma Kalman Filter, dimana algoritma Kalman Filter untuk sistem tersebut akan menghasilkan output filtering \hat{x}_{k+1} .

2.3.5 Algoritma Fuzzy Kalman Filter

Metode kombinasi Logika Fuzzy dan Kalman Filter merupakan suatu metode yang telah diimplementasikan di berbagai permasalahan. Berdasarkan penelitian sebelumnya, kombinasi Logika Fuzzy dan Kalman Filter telah memberikan hasil estimasi yang lebih akurat daripada hanya menggunakan estimator Kalman Filter. Kombinasi ini disebut Fuzzy Kalman Filter. Algoritma Fuzzy Kalman Filter penerapannya hampir sama dengan algoritma Kalman Filter. Namun, dalam algoritma Fuzzy Kalman Filter terdapat sebuah aturan (*rule*). Sesuai proses fuzzifikasi dengan aturan dasar logika Fuzzy dan dilakukan proses defuzzifikasi untuk memperoleh hasil akhir estimasi dengan fungsi bobot, sehingga algoritma Fuzzy Kalman Filter dapat ditulis sebagai berikut (Chen, 1997) :

Model sistem dan model pengukuran :

$$x_{k+1}^i = A_k^i x_k + B_k^i u_k + G_k^i w_k$$

$$z_k^i = H_k^i x_k + v_k$$

Dengan i adalah rule ke – $i = 1, 2, \dots, n$.

$$x_0 \sim N(x_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

w_k dan v_k proses white noise yang tidak berkorelasi dengan x_0 dan lainnya.

Inisialisasi :

$$P_0 = P_{x_0} ; \hat{x}_0 = \bar{x}_0$$

Tahap Prediksi (*Time Update*) :

$$\text{Kovarian Error} : P_{k+1}^{-i} = A_k^i P_k^i (A_k^i)^T + G_k^i Q_k (G_k^i)^T$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^{-i} = A_k^i \hat{x}_k^1 + B_k^i u_k$$

Tahap Koreksi (*Measurement Update*) :

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1}^i = P_{k+1}^{-i} (H_{k+1}^i)^T \left(H_{k+1}^i P_{k+1}^{-i} (H_{k+1}^i)^T + R_{k+1} \right)^{-1}$$

$$\text{Kovarian error} : P_{k+1}^i = (I - K_{k+1}^i H_{k+1}^i) P_{k+1}^{-i}$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^i = \hat{x}_{k+1}^{-i} + K_{k+1}^i (z_{k+1} - H_{k+1}^i \hat{x}_{k+1}^{-i})$$

2.3.6 Defuzzifikasi

Defuzzifikasi dapat didefinisikan sebagai proses pengubahan besaran fuzzy yang disajikan dalam bentuk keluaran himpunan – himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaannya untuk mendapatkan kembali bentuk tegasnya (*crisp*). Hal ini diperlukan sebab dalam aplikasi nyata yang dibutuhkan adalah nilai (*crisp*). Setelah dilakukan standar defuzzifikasi maka hasil akhir dari dalam fase output dihitung dengan menggunakan rumus berat rata – rata yaitu (Chen, 1997) :

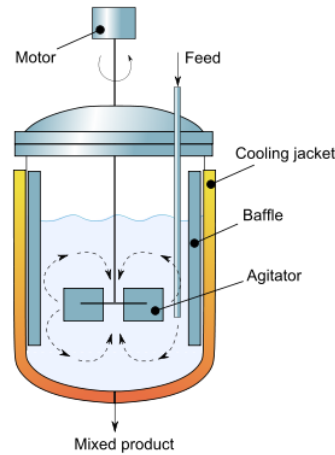
$$x_{k+1} = \frac{\rho^1 x_{k+1}^1 + \rho^2 x_{k+1}^2 + \rho^3 x_{k+1}^3}{\rho^1 + \rho^2 + \rho^3}$$

bobot ρ^i ditentukan oleh pengguna dengan nilai keanggotaan dari input yang sesuai (yaitu $\rho^i = \mu_A^i(a)$). Proses defuzzifikasi tersebut akan menghasilkan suatu estimasi *crisp* yang tunggal pada setiap langkah iterasi.

2.4 Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor

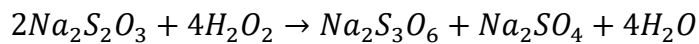
Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR) adalah suatu wadah yang umumnya silinder dengan diameter tertentu dimana sekeliling reaktor dapat dibiarkan terbuka atau dapat juga dikelilingi dengan cairan pendingin atau

pemanas untuk menyerap panas yang timbul (Rosadi, 2000). Di dalam CSTR terjadi reaksi pembentukan atau penguraian komponen dalam reaksi satu arah, reaksi bolak balik, atau reaksi berantai.



Gambar 2.3 Non-Isothermal CSTR

Model sistem nonlinear yang akan diterapkan pada penelitian ini adalah model pada reaksi *exothermic* yang *irreversible* antara *Sodium Thiosulfat* dan *Hydrogen Peroxide* dalam *Non-Isothermal CSTR* yang melibatkan *coolant jacket*, dengan persamaan sebagai berikut (Rajaraman, 2004) :



Misalkan A dan B menyatakan $Na_2S_2O_3$ dan H_2O_2 maka hukum kinetik dari reaksi dinyatakan,

$$-r_A = k_0 e^{-\frac{E}{RT}} C_A C_B$$

suatu proporsi stoikiometri dari senyawa A dan B di dalam aliran masuk diasumsikan dengan menghasilkan $C_B(t) = 2C_A(t)$. Sehingga dari sebuah keseimbangan mol untuk senyawa A dan keseimbangan energi untuk reaktor dan *cooling jacket* diperoleh model matematika dalam sistem dinamik nonlinear sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\frac{dC_A}{dt} &= \frac{F}{V}(C_{Ain} - C_A) - 2k_0 e^{-\frac{E}{RT}} C_A^2 \\
\frac{dT}{dt} &= \frac{F}{V}(T_{in} - T) - 2 \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT}} C_A^2 - \frac{UA}{V\rho C_p}(T - T_j) \\
\frac{dT_j}{dt} &= \frac{F_w}{V_w}(T_{jin} - T_j) + \frac{UA}{V_w \rho_w C_{pw}}(T - T_j)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

dengan,

- C_A : konsentrasi senyawa A
- C_B : konsentrasi senyawa B
- T : temperatur tank reaktor
- T_j : temperatur jaket pendingin reaktor (*cooling jacket*)
- F : kecepatan aliran *inlet*
- C_{Ain} : input konsentrasi reaktan
- V : volume reaktor
- T_{in} : temperatur *inlet*
- F_w : kecepatan aliran *inlet* pada jaket pendingin
- V_w : volume dari jaket pendingin
- T_{jin} : temperatur pendingin *inlet*
- c_p : kapasitas panas dari reaktansi
- c_{pw} : kapasitas panas dari jaket pendingin
- ρ : densitas reaktansi
- ρ_w : densitas pendingin
- E : energi aktivasi
- R : konstanta gas
- k_0 : faktor pre-eksponensial

BAB 3

METODE PENELITIAN

Bab ini menguraikan tentang prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan rumusan masalah yang akan dikaji pada penelitian ini.

3.1 Tahapan Penelitian

Secara umum tahapan – tahapan yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

a) Studi literatur

Pada tahapan ini dilakukan pembelajaran dan pemahaman dengan mencari referensi yang menunjang penelitian. Referensi tersebut antara lain mengenai teori tentang Kalman Filter yang telah dimodifikasi untuk dapat digunakan pada penyelesaian model sistem nonlinear, yang dikenal dengan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dan *Extended Kalman Filter* (EKF), kemudian teori logika Fuzzy yang akan dimodifikasi dengan Kalman Filter sehingga terbentuk algoritma *Fuzzy Kalman Filter* (FKF). Hal ini diperoleh dari berbagai sumber pustaka, antara lain buku teks, artikel, maupun jurnal. Dilakukan pembelajaran juga tentang model sistem nonlinear *Non Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor (Non-Isothermal CSTR)* yang akan digunakan pada penelitian ini. Model tersebut bersumber dari penelitian yang dilakukan sebelumnya oleh Apriliani (2011) dan Baihaqi (2009).

b) Diskritisasi model

Model sistem persamaan yang akan digunakan masih berbentuk model kontinu sehingga perlu dilakukan pendiskritan agar model bisa digunakan dalam algoritma FKF, EKF, maupun EnKF. Perubahan variabel keadaan C_A , T , dan T_j terhadap waktu diaproksimasi menggunakan metode beda hingga maju.

c) Pembentukan model stokastik

Model diskrit pada persamaan diatas masih dalam bentuk deterministik sehingga belum dapat digunakan pada algoritma FKF, EKF dan EnKF. Sehingga harus diubah kedalam bentuk stokastik dengan cara menambahkan faktor stokastik berupa *noise*. Secara umum, *noise* tersebut disimbolkan dengan w_k dan v_k dimana kedua simbol tersebut menunjukan *noise* sistem dan *noise* pengukuran. Penambahan *noise* ini dilakukan dengan membangkitkan sejumlah bilangan acak dari komputer. *Noise* yang dibangkitkan diasumsikan *white noise*. Sedangkan variansi dari noise diasumsikan konstan sebesar Q_k dan R_k .

d) Implementasi algoritma EKF dan FKF

Model sistem yang diperoleh dari tahap sebelumnya diimplementasikan pada algoritma EKF dan FKF. Untuk EKF sebelum diimplementasikan perlu adanyalinearisasi dengan matriks Jacobi.

e) Simulasi

Prosedur dalam pembuatan simulasi dari model *Non-Isothermal CSTR* adalah sebagai berikut:

1. input parameter
2. proses
 - membuat subprogram untuk algoritma FKF
 - membuat subprogram untuk algoritma EKF
 - membuat subprogram untuk algoritma EnKF(berdasarkan penelitian sebelumnya)

3. output

output yang dihasilkan dari simulasi berupa grafik estimasi dari variabel keadaan yaitu C_A , T , dan T_j , norm kovariansi error, dan waktu komputasi dari ketiga metode.

f) Analisa hasil simulasi

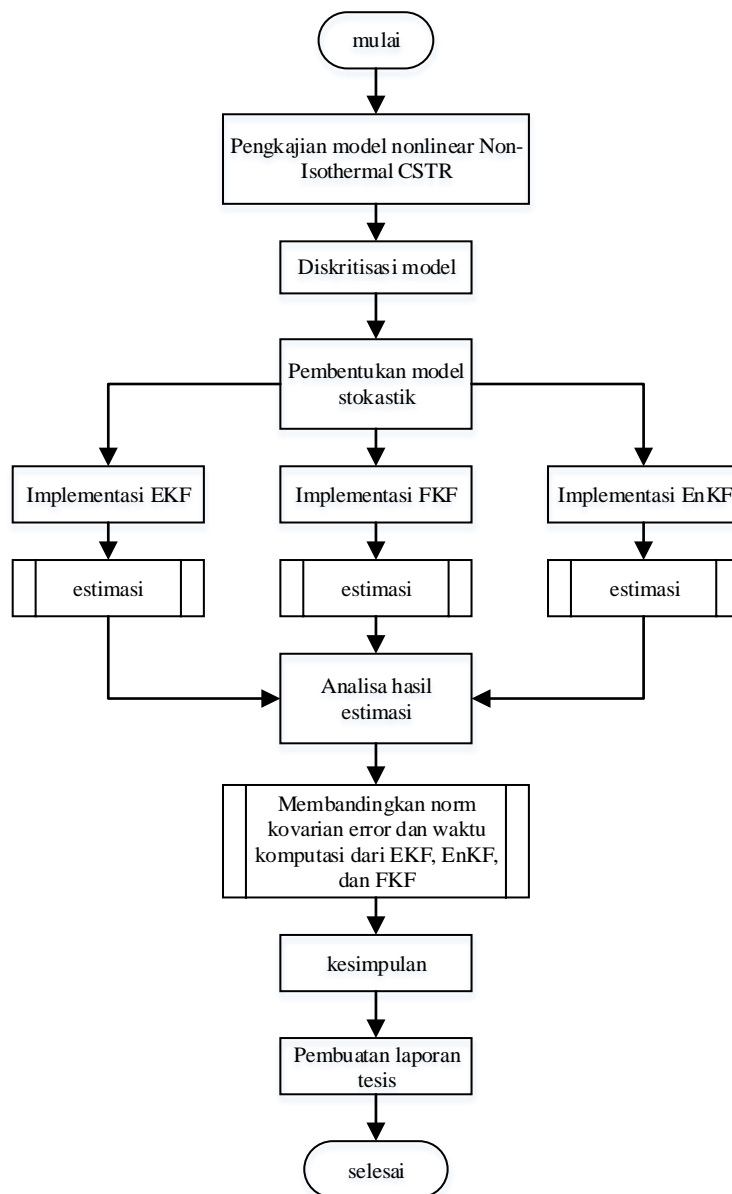
Hasil yang diperoleh dari simulasi program, selanjutnya akan digunakan untuk menganalisa ketiga metode tersebut dengan membandingkan hasil norm kovariansi error dan waktu komputasinya. Metode terbaik akan memiliki norm kovariansi error dan waktu komputasi yang lebih kecil diantara metode yang lain.

g) Kesimpulan

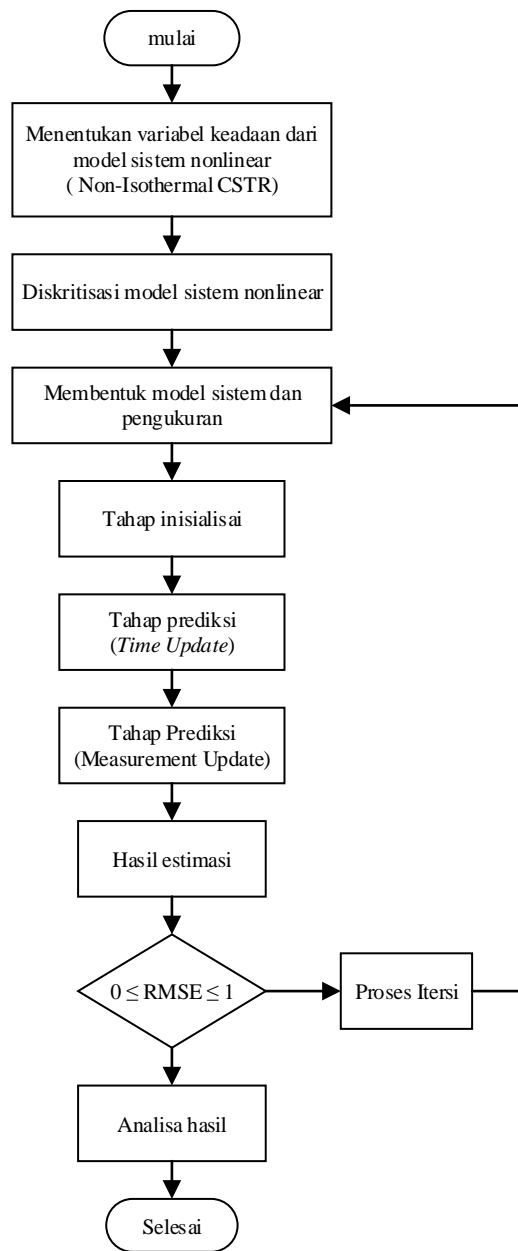
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan mengenai penerapan metode FKF, EKF, dan EnKF dalam estimasi variabel keadaan pada model nonlinear *Non-Isothermal CSTR*.

3.2 Diagram Alir Penelitian

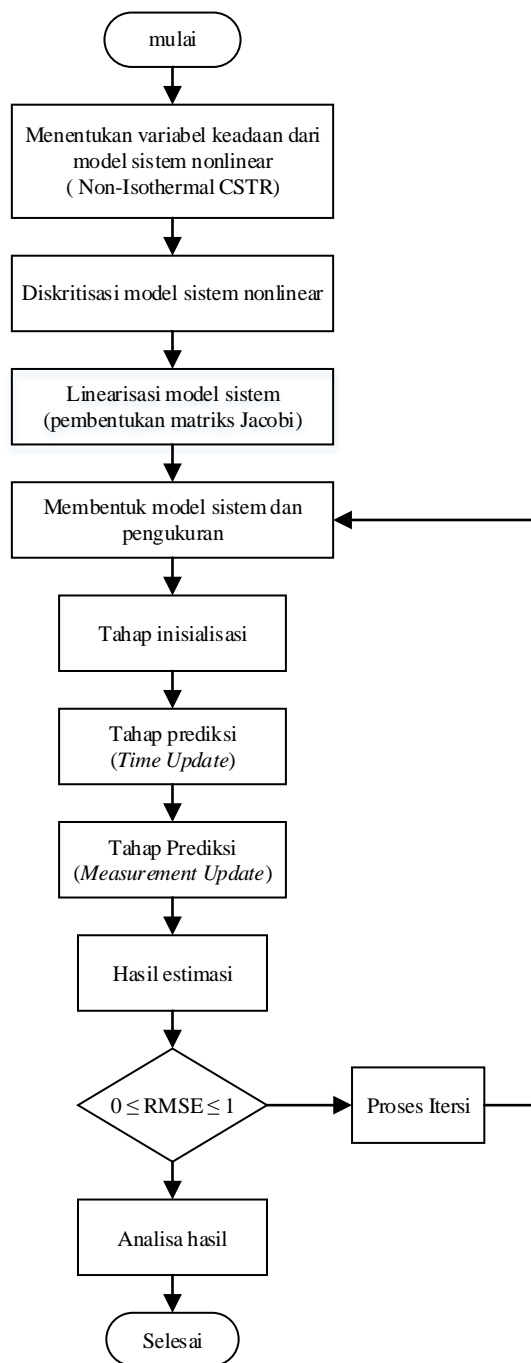
Berikut disajikan diagram alir dari penelitian yang akan dilakukan. Diagram alir terdiri dari diagram secara umum yaitu Gambar 3.1 dan diagram secara khusus untuk masing – masing metode tersaji dalam Gambar 3.2 sampai Gambar 3.4.



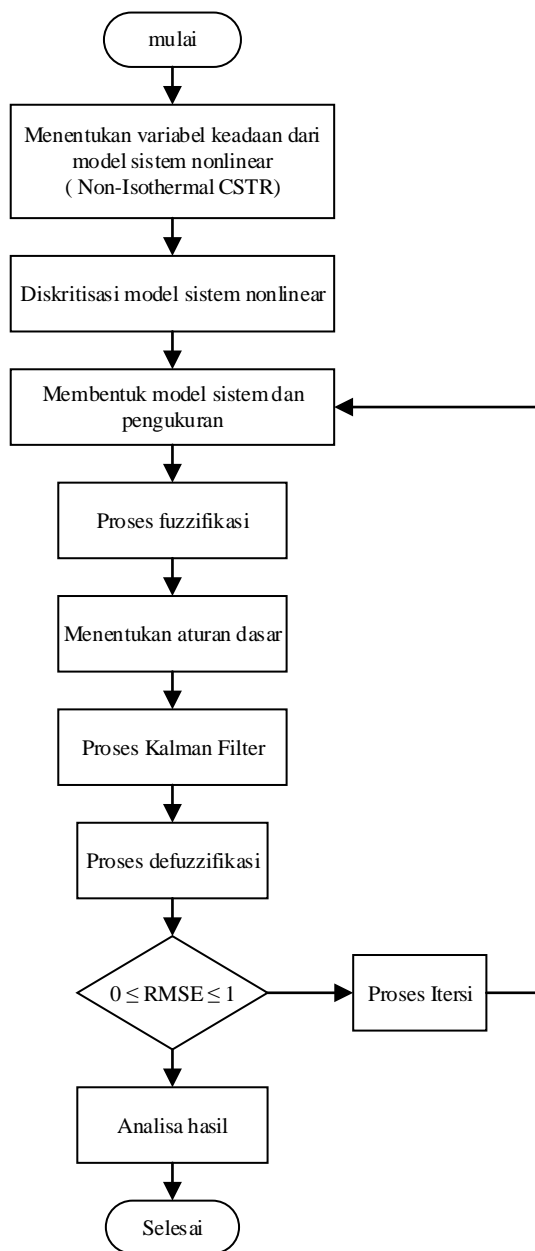
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.2 Diagram Alir EnKF



Gambar 3.3 Diagram Alir EKF



Gambar 3.4 Diagram Alir FKF

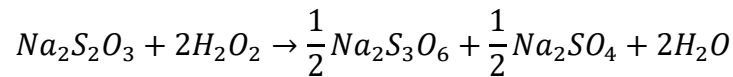
BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini menguraikan hasil dan pembahasan dari penelitian mengenai estimasi variabel keadaan pada model *Non-Isothermal* CSTR. Bagian awal membahas mengenai model yang digunakan. Selanjutnya dilakukan proses estimasi dengan menerapkan algoritma FKF, EKF, dan EnKF. Bagian akhir dari penelitian ini berupa simulasi dengan menggunakan software Matlab untuk memperoleh tingkat keakurasian dari ketiga algoritma dan menganalisis hasil simulasi.

4.1 Persamaan Model Sistem *Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor*

Model sistem nonlinear yang digunakan dalam penelitian ini adalah model reaksi *exothermic* yang *irreversible* antara *Sodium Thiosulfat* dan *Hydrogen Peroxide* dalam *Non-Isothermal* CSTR yang melibatkan *coolant jacket* dinamis dengan persamaan reaksi sebagai berikut : (Rajaraman, 2004)



Dari sebuah keseimbangan mol untuk senyawa A yaitu $Na_2S_2O_3$ dan keseimbangan energi untuk reaktor dan *cooling jacket* diperoleh model matematika dalam sistem dinamik nonlinear yang tersaji pada persamaan 2.8 sebagai berikut : (Rajaraman, 2004)

$$\begin{aligned}\frac{dC_A}{dt} &= \frac{F}{V} (C_{Ain} - C_A) - 2k_0 e^{-\frac{E}{RT}} C_A^2 \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{F}{V} (T_{in} - T) - 2 \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT}} C_A^2 - \frac{UA}{V \rho C_p} (T - T_j) \\ \frac{dT_j}{dt} &= \frac{F_w}{V_w} (T_{jin} - T_j) + \frac{UA}{V_w \rho_w C_{pw}} (T - T_j)\end{aligned}$$

Nilai parameter proses yang digunakan dalam penelitian ini tersaji pada Tabel 4.1. sebagai berikut :

Tabel 4.1 Parameter Proses dari Non-Isothermal CSTR

Parameter proses	Nilai	Parameter proses	Nilai
F	2 L/s	C_p	$4,2 \text{ J/gK}$
$C_{A \text{ in}}$	1 mol/L	F_w	$0,5 \text{ L/s}$
V	100 L	UA	20000 J/sK
k_0	$6,85 \times 10^{11} \text{ L/s mol}$	V_w	10 L
E	$76534,704 \text{ J/mol}$	ρ_w	1000 g/L
T_{in}	275 K	C_{pw}	$4,2 \text{ J/gK}$
ΔH_R	596.619 J/mol	T_{jin}	250 K
ρ	1000 g/L	R	$8,314472 \text{ J/molK}$

Sumber : Rajaraman et.al (2004)

4.1.1 Diskritisasi

Model sistem *Non-Isothermal* CSTR yaitu persamaan 2.8 merupakan model sistem dinamik deterministik waktu kontinu, sehingga perlu diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit. Jika C_{A_k} menyatakan konsentrasi dari reaktan A pada saat $k\Delta t$ dengan $k = 0, 1, 2, \dots$, maka berlaku juga untuk temperatur tangki (T), dan temperatur *cooling jacket* (T_j) yaitu,

$$C_A = C_{A_k} ; T = T_k ; T_j = T_{j_k}$$

Perubahan variabel keadaan terhadap waktu diaproksimasi menggunakan metode Beda Hingga Maju sebagai berikut :

$$\frac{dC_A}{dt} \cong \frac{C_{A_{k+1}} - C_{A_k}}{\Delta t}$$

$$\frac{dT}{dt} \cong \frac{T_{k+1} - T_k}{\Delta t}$$

$$\frac{dT_j}{dt} \cong \frac{T_{j_{k+1}} - T_{j_k}}{\Delta t}$$

sehingga persamaan 2.8 menjadi,

$$\begin{aligned}
\frac{C_{A_{k+1}} - C_{A_k}}{\Delta t} &= \frac{F}{V} (C_{A_{in}} - C_{A_k}) - 2k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2 \\
\frac{T_{k+1} - T_k}{\Delta t} &= \frac{F}{V} (T_{in} - T_k) - 2 \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2 - \frac{UA}{V \rho C_p} (T - T_j) \\
\frac{T_{j_{k+1}} - T_{j_k}}{\Delta t} &= \frac{F_w}{V_w} (T_{j_{in}} - T_{j_k}) + \frac{UA}{V_w \rho_w C_{pw}} (T - T_{j_k})
\end{aligned} \tag{4.1}$$

selanjutnya persamaan 4.1 di atas dioperasikan, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
C_{A_{k+1}} &= \frac{\Delta t F}{V} C_{A_{in}} + \left(1 - \frac{\Delta t F}{V}\right) C_{A_k} - 2 \Delta t k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2 \\
T_{k+1} &= \frac{\Delta t F}{V} T_{in} + \left(1 - \frac{\Delta t F}{V} - \frac{\Delta t UA}{V \rho C_p}\right) T_k - 2 \Delta t \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2 \\
&\quad + \frac{\Delta t UA}{V \rho C_p} T_{j_k} \\
T_{j_{k+1}} &= \frac{\Delta t F_w}{V_w} T_{j_{in}} + \left(1 - \frac{\Delta t F_w}{V_w} - \frac{\Delta t UA}{V_w \rho_w C_{pw}}\right) T_{j_k} + \frac{\Delta t UA}{V_w \rho_w C_{pw}} T_k
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Persamaan 4.2 merupakan model *Non-Isothermal* CSTR waktu diskrit dan secara umum dapat disajikan dalam bentuk persamaan ruang keadaan (*state space*) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= f(x_k, u_k) \\
z_k &= H x_k
\end{aligned} \tag{4.3}$$

dengan z_k adalah model pengukuran dan H adalah matriks pengukuran.

4.1.2 Linearisasi

Model *Non-Isothermal* CSTR pada persamaan 4.3 merupakan model sistem nonlinear sehingga agar dapat menganalisa sifat sistem yaitu kestabilan, keterkontrolan, dan keteramatan maka perlu dilakukan pelinearan terlebih dahulu.

Bentuk linear dari model *Non-Isothermal* CSTR juga diperlukan pada implementasi metode Extended Kalman Filter (EKF). Pelinearan dilakukan dengan membentuk matriks Jacobian dari persamaan 4.2 yaitu dengan memisalkan,

$$C_{A_{k+1}} = f_1(C_{A_k}, T_k, T_{j_k})$$

$$T_{k+1} = f_2(C_{A_k}, T_k, T_{j_k})$$

$$T_{j_{k+1}} = f_3(C_{A_k}, T_k, T_{j_k})$$

sehingga diperoleh matriks,

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial C_{A_k}} & \frac{\partial f_1}{\partial T_k} & \frac{\partial f_1}{\partial T_{j_k}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial C_{A_k}} & \frac{\partial f_2}{\partial T_k} & \frac{\partial f_2}{\partial T_{j_k}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial C_{A_k}} & \frac{\partial f_3}{\partial T_k} & \frac{\partial f_3}{\partial T_{j_k}} \end{array} \right]_{x_k=x_0}$$

Matriks \mathbf{A} adalah matriks Jacobian dari sistem *Non-Isothermal* CSTR di sekitar nilai awal yaitu $C_{A_0} = 1 \text{ mol/L}$, $T_0 = 275 \text{ K}$, dan $T_{j_0} = 250 \text{ K}$ dengan,

$$\frac{\partial f_1}{\partial C_{A_k}} = 1 - \frac{\Delta t F}{V} - 4\Delta t k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial T_k} = -2\Delta t \frac{E}{RT_k^2} k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial T_{j_k}} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial C_{A_k}} = -4\Delta t \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial T_k} = 1 - \frac{\Delta t F}{V} - \frac{\Delta t UA}{V \rho C_p} - 2\Delta t \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 \frac{E}{RT_k^2} e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial T_{j_k}} = \frac{\Delta t UA}{V \rho C_p}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial C_{A_k}} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial T_k} = \frac{\Delta t U A}{V_w \rho_w C_{pw}}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial T_{j_k}} = 1 - \frac{\Delta t F_w}{V_w} - \frac{\Delta t U A}{V_w \rho_w C_{pw}}$$

sehingga diperoleh *state space* bentuk linear dari persamaan 4.3 sebagai berikut :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ z_k &= Hx_k \end{aligned} \quad (4.4)$$

dengan,

$$x = \begin{bmatrix} C_A \\ T \\ T_j \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t F}{V} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t F}{V} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t F_w}{V_w} \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} C_{A \text{ in}} \\ T_{\text{in}} \\ T_{j \text{ in}} \end{bmatrix}$$

4.1.3 Analisis Ruang Keadaan Sistem pada Model *Non-Isothermal* CSTR

Sebelum dilakukan estimasi variabel keadaan pada model *Non-Isothermal* CSTR, terlebih dahulu akan diperiksa apakah sistem tersebut memiliki sifat stabil, terkontrol, dan teramati. Jika nilai parameter proses pada Tabel 4.1 disubstitusikan ke persamaan 4.4 dan menggunakan $\Delta t = 0,01$ maka diperoleh,

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0.9997204 & -4.8424 \times 10^{-6} & 0 \\ -0.0113026 & 0.9986361 & 0.0004761 \\ 0 & 0.0047619 & 0.9947381 \end{bmatrix} x_k \\ &+ \begin{bmatrix} 0.2 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \times 10^{-3} \end{bmatrix} u_k \\ z_k &= Hx_k \end{aligned} \quad (4.5)$$

a. Kestabilan

Sistem dikatakan stabil asimtotik jika semua nilai eigen λ_n dari matriks **A** memenuhi $|\lambda_n| < 1$, untuk semua n . (Subiono, 2013)

Matriks **A** pada persamaan 4.5 yaitu,

$$A = \begin{bmatrix} 0.9997204 & -4.8424 \times 10^{-6} & 0 \\ -0.0113026 & 0.9986361 & 0.0004761 \\ 0 & 0.0047619 & 0.9947381 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan software Matlab diperoleh nilai eigen dari matriks A sebagai berikut :

$$|\lambda_1| = 0.99979721 < 1$$

$$|\lambda_2| = 0.99907434 < 1$$

$$|\lambda_3| = 0.99422310 < 1$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem *Non-Isothermal* CSTR stabil asimtotik.

b. Keterkontrolan

Suatu sistem terkontrol jika matriks $M_c = [B|AB|A^2B|\dots|A^{n-1}B]$ mempunyai rank sama dengan n . (Subiono, 2013)

Berdasarkan persamaan 4.5 diperoleh matriks M_c sebagai berikut :

$$M_c = [B|AB|A^2B]$$

dengan menggunakan software Matlab diperoleh rank $M_c = 3$ sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem *Non-Isothermal* CSTR terkontrol.

c. Keteramatan

Suatu sistem teramati jika matriks keteramatan,

$$M_o = \begin{bmatrix} H \\ HA \\ HA^2 \\ \vdots \\ HA^{n-1} \end{bmatrix}$$

mempunyai rank sama dengan n . (Subiono, 2013)

Berdasarkan persamaan 4.5 diperoleh matriks M_o sebagai berikut :

$$M_o = \begin{bmatrix} H \\ HA \\ HA^2 \end{bmatrix}$$

- Untuk matriks pengukuran $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ diperoleh matriks M_o sebagai berikut :

$$M_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.99972043 & -0.00000484 & 0 \\ -0.0113026 & 0.99863612 & 0.00047619 \\ 0.9994409 & -0.00000967 & -0.0000000023 \\ -0.0225867 & 0.99727643 & 0.00094922 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan software Matlab diperoleh rank $M_o = 3$ sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem teramati dengan menggunakan matriks pengukuran $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ pada model pengukuran z_k .

- Untuk matriks pengukuran $H = [1 \ 0 \ 0]$ diperoleh matriks

$$M_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.9997204 & -0.0000048 & 0 \\ 0.9994409 & -0.0000096 & -0.0000000023 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan software Matlab diperoleh rank $M_o = 3$ sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem teramati dengan menggunakan matriks pengukuran $H = [1 \ 0 \ 0]$ pada model pengukuran z_k .

Dari hasil analisa di atas dapat disimpulkan bahwa model *Non-Isothermal* CSTR mempunyai sifat stabil asimtotik, terkontrol, dan teramati sehingga algoritma Kalman Filter yaitu FKF, EKF, dan EnKF dapat diterapkan untuk mengestimasi variabel keadaan dari *Non-Isothermal* CSTR.

4.1.4 Pembentukan Sistem Diskrit Stokastik

Bentuk model nonlinear dari *Non-Isothermal* CSTR pada persamaan 4.3 merupakan model deterministik. Akan tetapi pada keadaan real terdapat noise atau gangguan – gangguan yang tidak dapat dituliskan pada model sistem. Noise

tersebut yang menyebabkan model deterministik mejadi model stokastik. Sehingga persamaan 4.3 dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
C_{A_{k+1}} &= \frac{\Delta t F}{V} C_{Ain} + \left(1 - \frac{\Delta t F}{V}\right) C_{A_k} - 2\Delta t k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2 + w_{1k} \\
T_{k+1} &= \frac{\Delta t F}{V} T_{in} + \left(1 - \frac{\Delta t F}{V} - \frac{\Delta t UA}{V\rho C_p}\right) T_k - 2\Delta t \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT_k}} C_{A_k}^2 + \frac{\Delta t UA}{V\rho C_p} T_{j_k} \\
&\quad + w_{2k} \\
T_{j_{k+1}} &= \frac{\Delta t F_w}{V_w} T_{jin} + \left(1 - \frac{\Delta t F_w}{V_w} - \frac{\Delta t UA}{V_w \rho_w C_{pw}}\right) T_{j_k} + \frac{\Delta t UA}{V_w \rho_w C_{pw}} T_k + w_{3k}
\end{aligned}$$

dengan model pengukuran,

$$z_k = H \begin{bmatrix} C_A \\ T \\ T_j \end{bmatrix}_k + v_k$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk ruang keadaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= f(x_k, u_k) + w_k \\
z_k &= Hx_k + v_k
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Noise sistem w_k dan noise pengukuran v_k dalam hal ini merupakan vektor random yang dibangkitkan dari Distribusi Gaussian dengan mean = 0 dan kovarian Q_k untuk noise sistem, serta R_k untuk noise pengukuran (Curn, 2014).

4.2 Implementasi Fuzzy Kalman Filter

Metode Fuzzy Kalman Filter merupakan metode kombinasi dari Logika Fuzzy dan Kalman Filter. Metode Fuzzy Kalman Filter yang digunakan melalui tahapan – tahapan dari mengubah sistem ke dalam bentuk variabel fuzzy dan selanjutnya dengan aturan dasar logika fuzzy, variabel tersebut diterapkan pada algoritma Kalman Filter. Tahap terakhir adalah mendefuzzifikasi hasil estimasi yaitu mengubah kembali variabel fuzzy ke dalam bentuk variabel tegas (*crisp*). Berikut adalah tahap – tahap dari metode Fuzzy Kalman Filter :

4.2.1 Fuzzifikasi

Tahap pertama Fuzzy Kalman Filter adalah fuzzifikasi yaitu mengubah sistem ke dalam bentuk variabel fuzzy. Model *Non-Isothermal* CSTR dalam bentuk nonlinear diskrit stokastik pada persamaan 4.6 jika dinyatakan dalam bentuk matriks, dengan memisalkan

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\Delta t F}{V} ; & b_1 &= -2\Delta t \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} k_0 ; & c_1 &= \frac{\Delta t U A}{V_w \rho_w C_{pw}} ; & d &= \frac{E}{R} \\ a_2 &= 2\Delta t k_0 ; & b_2 &= \frac{\Delta t U A}{V \rho C_p} ; & c_2 &= \frac{\Delta t F_w}{V_w} \end{aligned}$$

adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C_A \\ T \\ T_j \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 - a_1 - a_2 e^{-\frac{d}{T_k}} C_{A_k} & 0 & 0 \\ b_1 e^{-\frac{d}{T_k}} C_{A_k} & 1 - a_1 - b_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & 1 - c_2 - c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A \\ T \\ T_j \end{bmatrix}_k \\ &+ \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{A \text{ in}} \\ T_{\text{in}} \\ T_{j \text{ in}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}_k \end{aligned} \quad (4.7)$$

dengan model pengukuran,

$$z_k = H \begin{bmatrix} C_A \\ T \\ T_j \end{bmatrix}_k + v_k \quad (4.8)$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk,

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A x_k + B u_k + G_k w_k \\ z_k &= H x_k + v_k \end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 - a_1 - a_2 e^{-\frac{d}{T_k}} C_{A_k} & 0 & 0 \\ b_1 e^{-\frac{d}{T_k}} C_{A_k} & 1 - a_1 - b_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & 1 - c_2 - c_1 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$x = \begin{bmatrix} C_A \\ T \\ T_j \end{bmatrix} ; \quad u = \begin{bmatrix} C_{A \text{ in}} \\ T_{in} \\ T_{j \text{ in}} \end{bmatrix}$$

Matriks A pada persamaan 4.7 memuat variabel keadaan konsentrasi reaktan (C_A) dan temperatur tangki reaktor (T) sehingga perlu dilakukan fuzzifikasi untuk variabel C_A dan T . Dengan proses fuzzifikasi, variabel – variabel tersebut ditentukan pada interval sebagai berikut :

$$C_A \in [C_A^-, C_A^+]$$

$$T \in [T^-, T^+]$$

yang mempunyai arti,

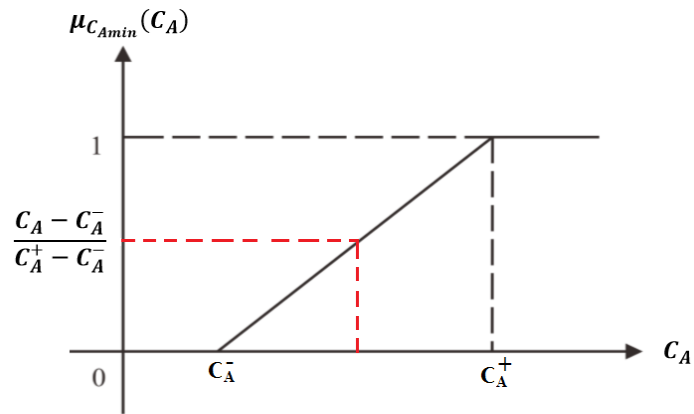
- $C_A \in [C_A^-, C_A^+]$ yaitu,
 - C_A^- : konsentrasi reaktan minimum
 - C_A^+ : konsentrasi reaktan maksimum
- $T \in [T^-, T^+]$ yaitu,
 - T^- : temperatur tangki reaktor minimum
 - T^+ : temperatur tangki reaktor maksimum

Fungsi keanggotaan untuk masing – masing variabel diperoleh sebagai berikut :

1. Untuk konsentrasi reaktan

a. Jika C_A minimum :

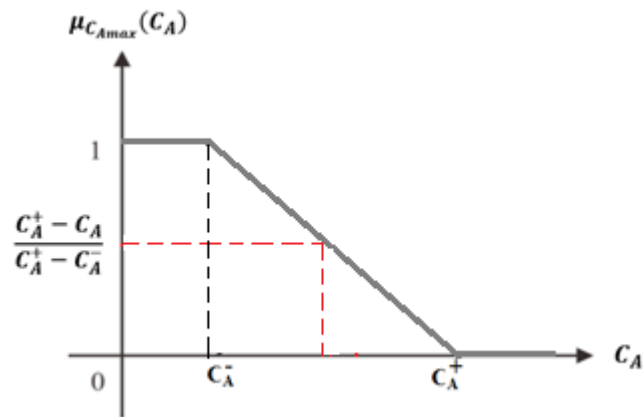
$$\mu_{C_{Amin}}(C_A) = \begin{cases} 0 & ; \quad C_A < C_A^- \\ \frac{C_A - C_A^-}{C_A^+ - C_A^-} & ; \quad C_A^- \leq C_A \leq C_A^+ \\ 1 & ; \quad C_A > C_A^+ \end{cases}$$



Gambar 4.1 Grafik Fungsi Keanggotaan C_A minimum

b. Jika C_A maksimum :

$$\mu_{C_{Amax}}(C_A) = \begin{cases} 1 & ; C_A < C_A^- \\ \frac{C_A^+ - C_A}{C_A^+ - C_A^-} & ; C_A^- \leq C_A \leq C_A^+ \\ 0 & ; C_A > C_A^+ \end{cases}$$

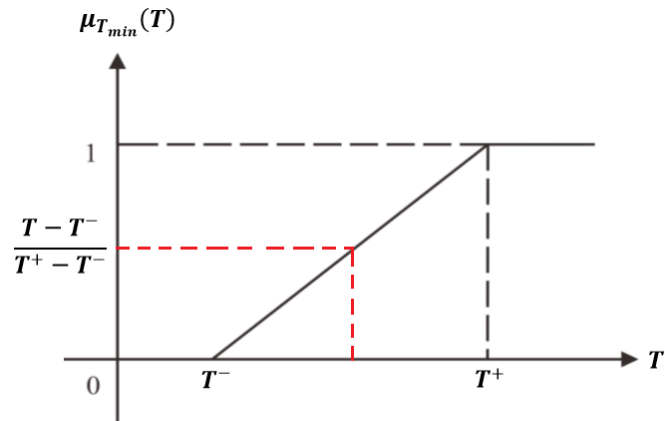


Gambar 4.2 Grafik Fungsi Keanggotaan C_A maksimum

2. Untuk temperatur tangki reaktor

a. Jika T minimum :

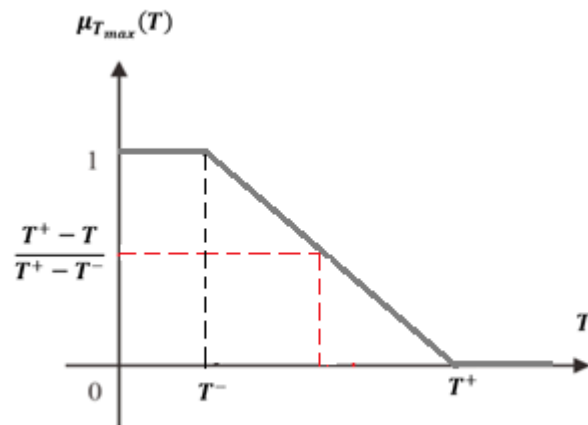
$$\mu_{T_{min}}(T) = \begin{cases} 0 & ; T < T^- \\ \frac{T - T^-}{T^+ - T^-} & ; T^- \leq T \leq T^+ \\ 1 & ; T > T^+ \end{cases}$$



Gambar 4.3 Grafik Fungsi Keanggotaan T minimum

b. Jika T maksimum :

$$\mu_{T_{max}}(T) = \begin{cases} 1 & ; \quad T < T^- \\ \frac{T^+ - T}{T^+ - T^-} & ; \quad T^- \leq T \leq T^+ \\ 0 & ; \quad T > T^+ \end{cases}$$



Gambar 4.4 Grafik Fungsi Keanggotaan T maksimum

4.2.2 Aturan Dasar Logika Fuzzy

Aturan dasar logika fuzzy ditentukan dari kombinasi minimum dan maksimum masing – masing variabel, sehingga terdapat 2^n aturan, dengan n merupakan banyaknya variabel yang difuzzikan. Terdapat dua variabel keadaan dari *Non-Isothermal* CSTR yang akan difuzzikan, yaitu C_A dan T sehingga diperoleh 4 aturan sebagai berikut :

rule 1 : IF C_A is C_A^- and T is T^- THEN A^1

rule 2 : IF C_A is C_A^- and T is T^+ THEN A^2

rule 3 : IF C_A is C_A^+ and T is T^- THEN A^3

rule 4 : IF C_A is C_A^+ and T is T^+ THEN A^4

4.2.3 Algoritma Fuzzy Kalman Filter

Berdasarkan proses fuzzifikasi dan aturan dasar Logika Fuzzy, terdapat 4 aturan yang akan diterapkan pada algoritma Fuzzy Kalman Filter. Berikut adalah algoritma Fuzzy Kalman Filter :

1. Rule – 1 :

- Model sistem dan model pengukuran

$$x_{k+1}^1 = A^1 x_k + B u_k + G_k w_k$$

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan,

$$A^1 = \begin{bmatrix} 1 - a_1 - a_2 e^{-\frac{d}{T_k^-} C_{A_k}^-} & 0 & 0 \\ b_1 e^{-\frac{d}{T_k^-} C_{A_k}^-} & 1 - a_1 - b_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & 1 - c_2 - c_1 \end{bmatrix}$$

- Inisialisasi

diberikan inisialisasi awal yaitu :

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 ; P_0 = P_{x_0}$$

dengan $\bar{x}_0 = [C_{A0}, T_0, T_{j0}]^T$ dan $P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}$

- Tahap prediksi (*time update*)

Pada tahap prediksi dihitung kovarian error dan estimasi melalui model sistem yaitu,

kovarian error : $P_{k+1}^{-1} = A_k^1 P_k^1 (A_k^1)^T + G_k Q_k G_k^T$

estimasi : $\hat{x}_{k+1}^{-1} = A_k^1 \hat{x}_k^1 + B_k u_k$

- Tahap koreksi (*measurement update*)

Pada tahap koreksi dihitung Kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran sebagai berikut

Kalman Gain : $K_{k+1}^1 = P_{k+1}^{-1} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^{-1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$

Kovarian error : $P_{k+1}^1 = (I - K_{k+1}^1 H_{k+1}) P_{k+1}^{-1}$

Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^1 = \hat{x}_{k+1}^{-1} + K_{k+1}^1 (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^{-1})$

2. Rule – 2 :

- Model sistem dan model pengukuran

$$x_{k+1}^2 = A^2 x_k + B u_k + G_k w_k$$

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan,

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 - a_1 - a_2 e^{-\frac{d}{T_k^+}} C_{A_k}^- & 0 & 0 \\ b_1 e^{-\frac{d}{T_k^+}} C_{A_k}^- & 1 - a_1 - b_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & 1 - c_2 - c_1 \end{bmatrix}$$

- Inisialisasi

diberikan inisialisasi awal yaitu :

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 ; P_0 = P_{x_0}$$

dengan $\bar{x}_0 = [C_{A0}, T_0, T_{j0}]^T$ dan $P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}$

- Tahap prediksi (*time update*)

Pada tahap prediksi dihitung kovarian error dan estimasi melalui model sistem yaitu,

$$\text{kovarian error} : P_{k+1}^{-2} = A_k^2 P_k^2 (A_k^2)^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{estimasi} : \hat{x}_{k+1}^{-2} = A_k^2 \hat{x}_k^2 + B_k u_k$$

- Tahap koreksi (*measurement update*)

Pada tahap koreksi dihitung Kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran sebagai berikut :

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1}^2 = P_{k+1}^{-2} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^{-2} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\text{Kovarian error} : P_{k+1}^2 = (I - K_{k+1}^2 H_{k+1}) P_{k+1}^{-2}$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^2 = \hat{x}_{k+1}^{-2} + K_{k+1}^2 (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^{-2})$$

3. Rule – 3 :

- Model sistem dan model pengukuran

$$x_{k+1}^3 = A^3 x_k + B u_k + G_k w_k$$

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan,

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 - a_1 - a_2 e^{-\frac{d}{T_k}} C_{A_k}^+ & 0 & 0 \\ b_1 e^{-\frac{d}{T_k}} C_{A_k}^+ & 1 - a_1 - b_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & 1 - c_2 - c_1 \end{bmatrix}$$

- Inisialisasi

diberikan inisialisasi awal yaitu :

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 ; P_0 = P_{x_0}$$

$$\text{dengan } \bar{x}_0 = [C_{A0}, T_0, T_{j0}]^T \text{ dan } P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}$$

- Tahap prediksi (*time update*)

Pada tahap prediksi dihitung kovarian error dan estimasi melalui model sistem yaitu,

$$\text{kovarian error} : P_{k+1}^{-3} = A_k^3 P_k^3 (A_k^3)^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{estimasi} : \hat{x}_{k+1}^{-3} = A_k^3 \hat{x}_k^3 + B_k u_k$$

- Tahap koreksi (*measurement update*)

Pada tahap koreksi dihitung Kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran sebagai berikut

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1}^3 = P_{k+1}^{-3} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^{-3} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\text{Kovarian error} : P_{k+1}^3 = (I - K_{k+1}^3 H_{k+1}) P_{k+1}^{-3}$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^3 = \hat{x}_{k+1}^{-3} + K_{k+1}^3 (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^{-3})$$

4. Rule – 4 :

- Model sistem dan model pengukuran

$$x_{k+1}^4 = A^4 x_k + B u_k + G_k w_k$$

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan,

$$A^4 = \begin{bmatrix} 1 - a_1 - a_2 e^{-\frac{d}{T_k^+}} C_{A_k}^+ & 0 & 0 \\ b_1 e^{-\frac{d}{T_k^+}} C_{A_k}^+ & 1 - a_1 - b_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & 1 - c_2 - c_1 \end{bmatrix}$$

- Inisialisasi

diberikan inisialisasi awal yaitu :

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 ; P_0 = P_{x_0}$$

$$\text{dengan } \bar{x}_0 = [C_{A_0}, T_0, T_{j_0}]^T \text{ dan } P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}$$

- Tahap prediksi (*time update*)

Pada tahap prediksi dihitung kovarian error dan estimasi melalui model sistem yaitu

$$\text{kovarian error} : P_{k+1}^{-4} = A_k^4 P_k^4 (A_k^4)^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{estimasi} : \hat{x}_{k+1}^{-4} = A_k^4 \hat{x}_k^4 + B_k u_k$$

- Tahap koreksi (*measurement update*)

Pada tahap koreksi dihitung Kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran sebagai berikut

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1}^4 = P_{k+1}^{-4} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^{-4} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\text{Kovarian error} : P_{k+1}^4 = (I - K_{k+1}^4 H_{k+1}) P_{k+1}^{-4}$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^4 = \hat{x}_{k+1}^{-4} + K_{k+1}^4 (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^{-4})$$

4.2.4 Defuzzifikasi

Proses defuzzifikasi merupakan proses filter untuk mendapatkan hasil estimasi secara keseluruhan dengan aturan – aturan yang terbentuk. Setelah masing – masing aturan melalui tahap koreksi, selanjutnya akan diproses secara keseluruhan sesuai 4 aturan tersebut. Hasil estimasi diperoleh sebagai berikut :

$$\hat{x}_{k+1}^i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k+1}^1 \\ \hat{x}_{k+1}^2 \\ \hat{x}_{k+1}^3 \\ \hat{x}_{k+1}^4 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan rumus bobot rata-rata, diperoleh :

$$\hat{x}_{k+1} = \frac{\rho^1 \hat{x}_{k+1}^1 + \rho^2 \hat{x}_{k+1}^2 + \rho^3 \hat{x}_{k+1}^3 + \rho^4 \hat{x}_{k+1}^4}{\rho^1 + \rho^2 + \rho^3 + \rho^4}$$

nilai dari masing – masing $\rho^1, \rho^2, \rho^3, \rho^4$ diperoleh dari kombinasi fungsi keanggotaan sesuai aturan (*rule*) sebagai berikut :

$$\rho^1 = \mu_{C_{Amin}}(C_A) \cdot \mu_{Tmin}(T)$$

$$\rho^2 = \mu_{C_{Amin}}(C_A) \cdot \mu_{Tmax}(T)$$

$$\rho^3 = \mu_{C_{Amax}}(C_A) \cdot \mu_{Tmin}(T)$$

$$\rho^4 = \mu_{C_{Amax}}(C_A) \cdot \mu_{Tmax}(T)$$

Nilai estimasi pada waktu ke-(k+1) akan kembali diproses melalui tahap prediksi dan koreksi hingga diperoleh nilai estimasi akhir sesuai waktu yang ditentukan.

4.3 Implementasi Extended Kalman Filter

Estimasi variabel keadaan *Non-Isothermal* CSTR dengan menggunakan metode *Extended Kalman Filter* (EKF) memerlukan sistem diskrit yang linear. Sedangkan sistem diskrit pada persamaan 4.6 berupa sistem nonlinear, sehingga digunakan sistem diskrit *Non-Isothermal* CSTR yang telah dilinearkan yaitu persamaan 4.4. Berikut adalah algoritma dari metode EKF :

- **Model sistem dan model pengukuran**

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k, u_k) + w_k \\z_k &= Hx_k + v_k \\x_0 &\sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)\end{aligned}$$

- **Inisialisasi**

Pada tahap ini diberikan inisialisasi awal untuk estimasi awal (\hat{x}_0) dan kovarian awal (P_0) yaitu

$$P_0 = P_{x_0}; \hat{x}_0 = \bar{x}_0$$

dengan $\bar{x}_0 = [C_{A_0} \quad T_0 \quad T_{j_0}]^T$ dan P_{x_0} merupakan matriks diagonal dengan ukuran 3×3, yaitu

$$P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}$$

- **Tahap Prediksi (*time update*)**

Pada tahap prediksi dihitung kovarian error dan estimasi melalui model sistem yaitu,

$$\text{kovariansi error} \quad : \quad P_{k+1}^- = AP_k A^T + G_k Q_k G_k^T$$

dengan A adalah matriks Jacobi pada persamaan 4.6.

estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{x}_k, u_k)$

- **Tahap Koreksi (*measurement update*)**

Pada tahap koreksi dihitung Kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran yaitu,

Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1}$

Kovariansi Error : $P_{k+1} = (I - K_{k+1} H) P_{k+1}^-$

Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$

Nilai estimasi pada waktu ke $-(k+1)$ akan kembali diproses melalui tahap prediksi dan koreksi hingga diperoleh nilai estimasi akhir sesuai waktu yang ditentukan

4.4 Implementasi Ensemble Kalman Filter

Hasil estimasi variabel keadaan dari model *Non-Isothermal* CSTR dengan menggunakan metode Ensemble Kalman Filter merupakan penelitian sebelumnya oleh Baihaqi (2009). Penelitian tersebut membandingkan antara metode EnKF dan metode UKF dalam mengestimasi variabel keadaan *Non-Isothermal* CSTR. Berikut tersaji algoritma EnKF untuk mengestimasi variabel keadaan *Non-Isothermal* CSTR :

- **Model sistem dan model pengukuran**

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + G_k w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

- **Inisialisasi**

Inisialisasi nilai awal dari \hat{x}_0 diperoleh dengan membangkitkan sejumlah N-ensemble terhadap nilai tebakan awal \bar{x}_0 . Pembangkitan tersebut dilakukan dengan memberikan noise sistem terhadap tebakan awal sejumlah N-ensemble.

$$x_{0,i} = \begin{bmatrix} C_{A0} \\ T_0 \\ T_{j0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,i} \\ w_{2,i} \\ w_{3,i} \end{bmatrix}; i = 1, 2, 3, \dots, N$$

hasil pembangkitan menghasilkan suatu matriks $x_{0,i}$ berukuran $3 \times N$, sebagai berikut :

$$x_{0,i} = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad \dots \quad x_{0,N}]$$

$$x_{0,i} = \begin{bmatrix} C_{A0} + w_{1,1} & C_{A0} + w_{1,2} & \dots & C_{A0} + w_{1,N} \\ T_0 + w_{1,1} & T_0 + w_{1,2} & \dots & T_0 + w_{1,N} \\ T_{j0} + w_{1,1} & T_{j0} + w_{1,2} & \dots & T_{j0} + w_{1,N} \end{bmatrix}$$

selanjutnya menghitung rata – ratanilai setiap variabel keadaan dari hasil pembangkitan tersebut.

$$\hat{x}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{0,i} = \begin{bmatrix} \hat{C}_{A0} \\ \hat{T}_0 \\ \hat{T}_{j0} \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh nilai \hat{x}_0 yang selanjutnya akan digunakan dalam langkah selanjutnya yaitu tahap prediksi.

- **Tahap Prediksi (*time update*)**

Pada tahap prediksi langkah awal yang dilakukan adalah membangkitkan N–ensemble untuk menghitung nilai prediksi dari variabel keadaan dengan menambahkan noise sistem $w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$ sebagai berikut :

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k,i}$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{C}_{A,k-1} \\ \hat{T}_{k-1} \\ \hat{T}_{j,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,i} \\ w_{2,i} \\ w_{3,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{C}_{A,k-1} + w_{1,i} \\ \hat{T}_{k-1} + w_{2,i} \\ \hat{T}_{j,k-1} + w_{3,i} \end{bmatrix}; i = 1, 2, 3, \dots, N$$

Nilai estimasi pada tahap prediksi diperoleh dari rata-rata nilai setiap state, yaitu :

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k,i}^-$$

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \hat{C}_{A,k-1} + w_{1,i} \\ \sum_{i=1}^N \hat{T}_{k-1} + w_{1,i} \\ \sum_{i=1}^N \hat{T}_{j,k-1} + w_{1,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{C}_{A,k}^- \\ \hat{T}_k^- \\ \hat{T}_{j,k}^- \end{bmatrix}$$

Setelah didapatkan nilai estimasi pada tahap prediksi, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai error estimasi. Nilai error estimasi diperoleh melalui penghitungan selisih antara nilai prediksi dengan rata – rata estimasi. Misalkan error tersebut disimbolkan dengan \tilde{x} ,

$$\tilde{x} = (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)$$

maka diperoleh kovariansi error pada tahap prediksi yaitu,

$$P_k^- = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \tilde{x} \tilde{x}^T$$

- **Tahap Koreksi (*measurement update*)**

Pada tahap koreksi dilakukan duplikasi data pengukuran sistem real z_k pada persamaan 4.6 dengan menambahkan noise pengukuran. Hal ini merupakan pembangkitan N-ensemble terhadap data pengukuran

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i}$$

dengan $v_{k,i} \sim N(0, R_k)$ adalah ensemble dari noise pengukuran. Selanjutnya akan dihitung Kalman Gain,

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R_k)^{-1}$$

dengan P_k^- adalah kovarian error yang diperoleh dari tahap prediksi dan R_k adalah kovarian pada noise pengukuran. Nilai estimasi pada tahap koreksi dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k (z_{k,i} - H \hat{x}_{k,i}^-)$$

Setelah diperoleh nilai estimasi pada tahap koreksi, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai rata – rata hasil estimasi yaitu,

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k,i}$$

Nilai rata – rata tersebut yang digunakan untuk membandingkan hasil estimasi dari metode EnKF dengan nilai sebenarnya. Kovariansi error pada tahap koreksi ini dihitung dengan menggunakan persamaan berikut.

$$P_k = (I - K_k H) P_k^-$$

Nilai estimasi pada waktu ke – k akan kembali diproses melalui tahap prediksi dan koreksi hingga diperoleh nilai estimasi akhir sesuai waktu yang ditentukan.

4.5 Simulasi

Simulasi dilakukan dengan menerapkan metode FKF, EKF, dan EnKF untuk mengestimasi variabel keadaan pada *Non-Isothermal* CSTR yaitu konsentrasi reaktan (C_A), temperatur tangki (T), dan temperatur *cooling jacket* (T_j) yang telah didiskritkan dengan $\Delta t = 0,01$. Adapun parameter proses yang digunakan tersaji pada Tabel 4.1. Simulasi dijalankan dengan memberikan nilai awal $C_A(0) = 1 \text{ mol/L}$, $T(0) = 275K$, dan $T_j(0) = 250K$. Hasil simulasi dari ketiga metode akan dibandingkan dari segi akurasi hasil estimasi dan waktu komputasi. Akurasi hasil estimasi dapat ditinjau dari nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) masing – masing metode.

Penelitian ini menggunakan error model pada variabel fuzzy sebesar 50% dari kondisi awal. Berikut ini adalah anggota dari variabel fuzzy :

$$C_A \in [C_{A0} - 50\%C_{A0}, C_{A0} + 50\%C_{A0}]$$

$$T \in [T_0 - 50\%T_0, T_0 + 50\%T_0]$$

sehingga diperoleh,

$$C_A^- = 0,5C_{A0} ; C_A^+ = 1,5C_{A0}$$

$$T^- = 0,5T_0 ; T^+ = 1,5T_0$$

Dan juga diberikan nilai kovarian model, kovarian dari noise sistem dan kovarian dari noise pengukuran masing – masing yaitu sebagai berikut:

kovarian model :

$$P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}$$

dimana nilai – nilai varians P yang digunakan untuk simulasi yaitu,

$$P_1 = 0,05$$

$$P_2 = 0,5$$

$$P_3 = 0,5$$

kovarian noise sistem :

$$Q_k = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 \end{bmatrix}$$

dimana nilai – nilai varians Q yang digunakan untuk simulasi yaitu,

$$Q_1 = 0.0001$$

$$Q_2 = 0.01$$

$$Q_3 = 0.01$$

kovarian noise pengukuran,

$$R_k = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$$

dimana nilai – nilai varians Q yang digunakan untuk simulasi yaitu,

$$R_1 = 0.0001$$

$$R_2 = 0.01$$

Pada simulasi ini akan dibahas untuk beberapa kasus dengan data pengukuran yang berbeda. Untuk metode EnKF juga akan digunakan beberapa nilai ensemble yang berbeda, yaitu 50, 100, dan 200.

4.5.1 Kasus 1

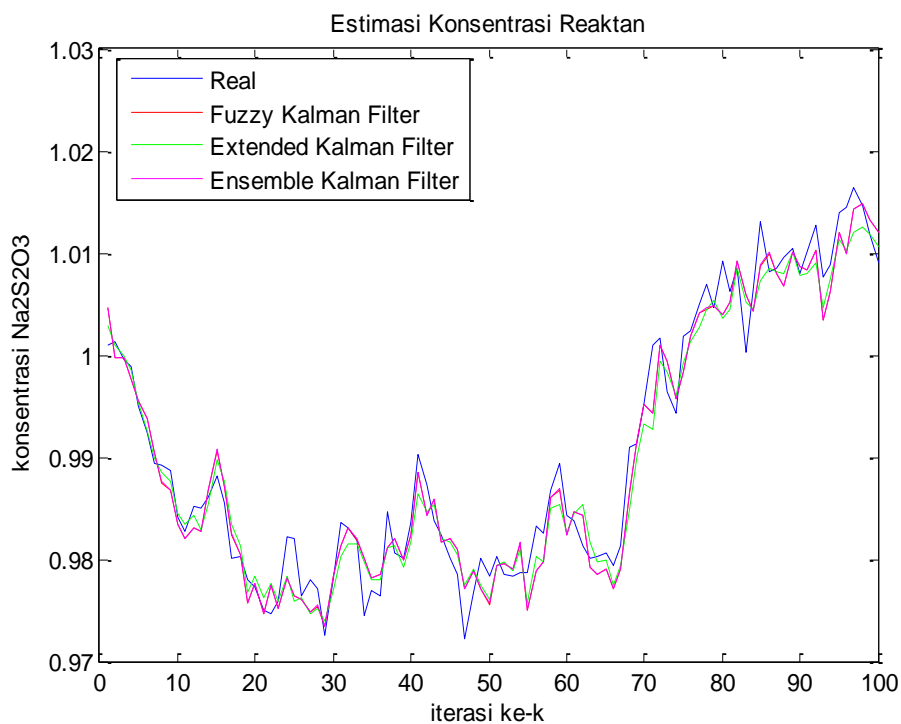
Simulasi pada kasus pertama adalah menggunakan matriks pengukuran $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ yang artinya mengestimasi variabel keadaan *Non-Isothermal* CSTR berdasarkan data pengukuran konsentrasi reaktan (C_A) dan temperatur tangki (T). Simulasi dilakukan dengan *running* sebanyak 10 kali kemudian diambil nilai rata-rata dari sepuluh *running* tersebut.

Hasil estimasi variabel keadaan *Non-Isothermal* CSTR dengan metode FKF, EKF, dan EnKF menggunakan data pengukuran C_A dan T tersaji pada Gambar 4.5 – 4.7. Grafik hasil estimasi konsentrasi reaktan (C_A), temperatur tangki (T), dan temperatur *cooling jacket* (T_j) menggunakan ketiga metode tersebut mendekati nilai real. Perilaku grafik estimasi T turun dari temperatur awal sedangkan grafik estimasi T_j naik dari temperatur awalnya. Hal ini berkaitan dengan keadaan real yaitu *cooling jacket* berfungsi sebagai penyeimbang temperatur tangki agar kalor yang dihasilkan dari proses reaksi tidak berpindah ke lingkungan.

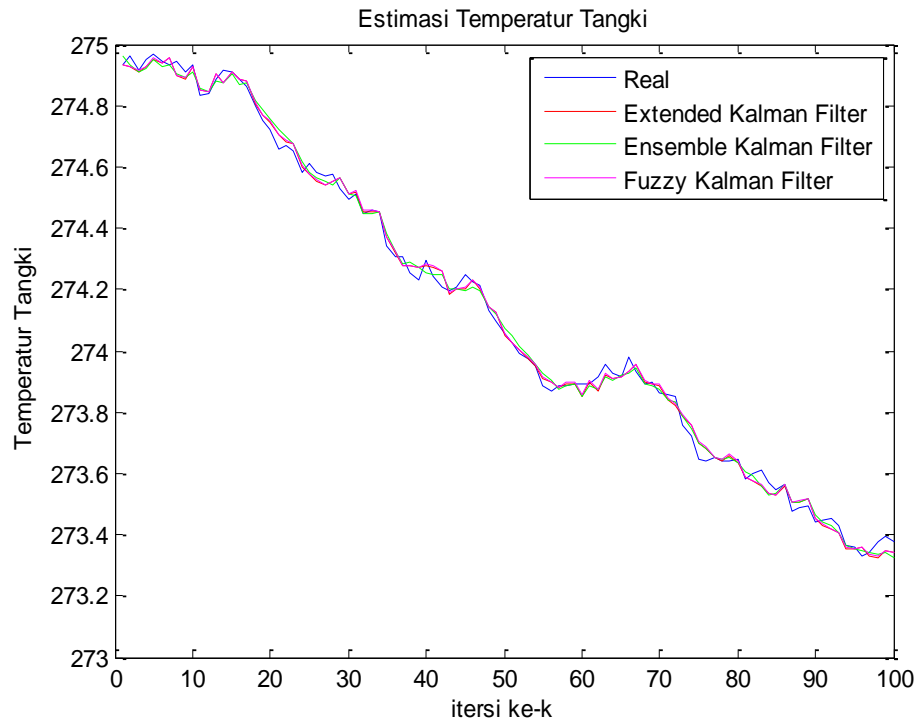
Grafik error estimasi untuk ketiga variabel yaitu C_A , T , dan T_j tersaji pada Gambar 4.8 – 4.10. Grafik error estimasi untuk variabel T_j menunjukkan bahwa estimasi menggunakan metode EnKF menghasilkan error estimasi terbesar. Namun pada grafik error estimasi untuk variabel C_A dan T tidak terlihat jelas. Hal ini dapat diamati dengan data nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) yang ditunjukkan pada Tabel 4.2. Nilai RMSE menunjukkan bahwa hasil estimasi untuk semua variabel keadaan menggunakan metode EnKF dipengaruhi oleh ensemble yang dibangkitkan. Semakin banyak ensemble yang dibangkitkan, nilai RMSE relatif semakin kecil. Nilai RMSE terkecil untuk metode EnKF terjadi pada pembangkitan ensemble 200. Akan tetapi banyaknya ensemble mempengaruhi waktu komputasi, semakin banyak ensemble yang dibangkitkan semakin banyak waktu komputasi yang dibutuhkan.

Tabel 4.2 Nilai RMSE dan Waktu Komputasi dari Metode EnKF, FKF, dan EKF ;
 $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$

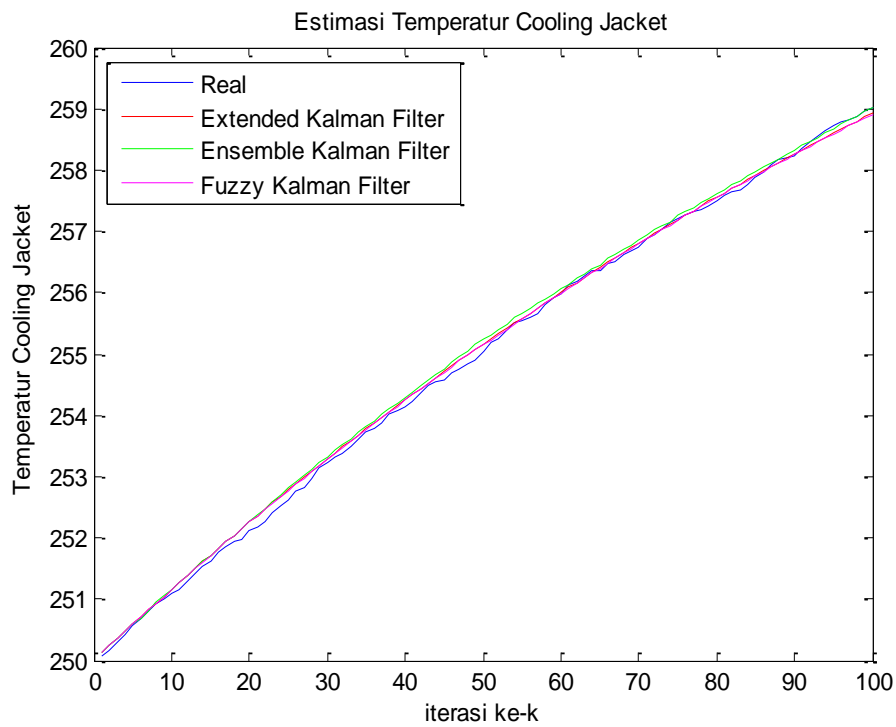
Var.	RMSE		Waktu Komputasi		Ne.	Var.	RMSE EnKF	Waktu Komputasi
	FKF	EKF	FKF	EKF				
C_A	0.002474	0.002479	0.333	0.305	50	C_A	0.00279	2.762
T	0.025347	0.025366				T	0.02716	
T_j	0.083985	0.085373				T_j	0.13745	
					100	C_A	0.02556	4.478
						T	0.02686	
						T_j	0.11399	
					200	C_A	0.00240	8.059
						T	0.02496	
						T_j	0.09725	



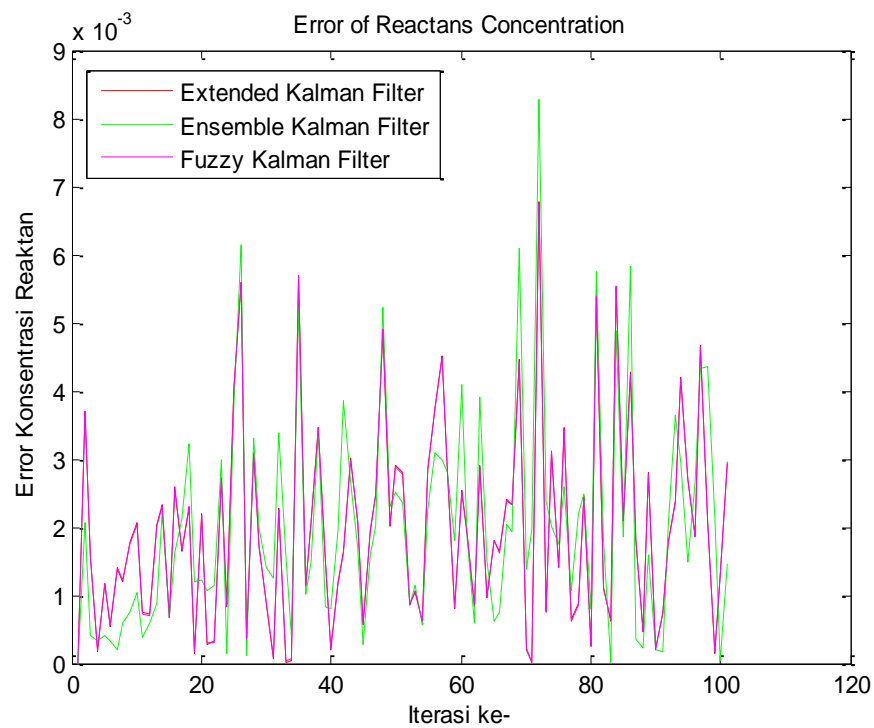
Gambar 4.5 Grafik Estimasi Konsentrasi Reaktan (C_A) ; $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$



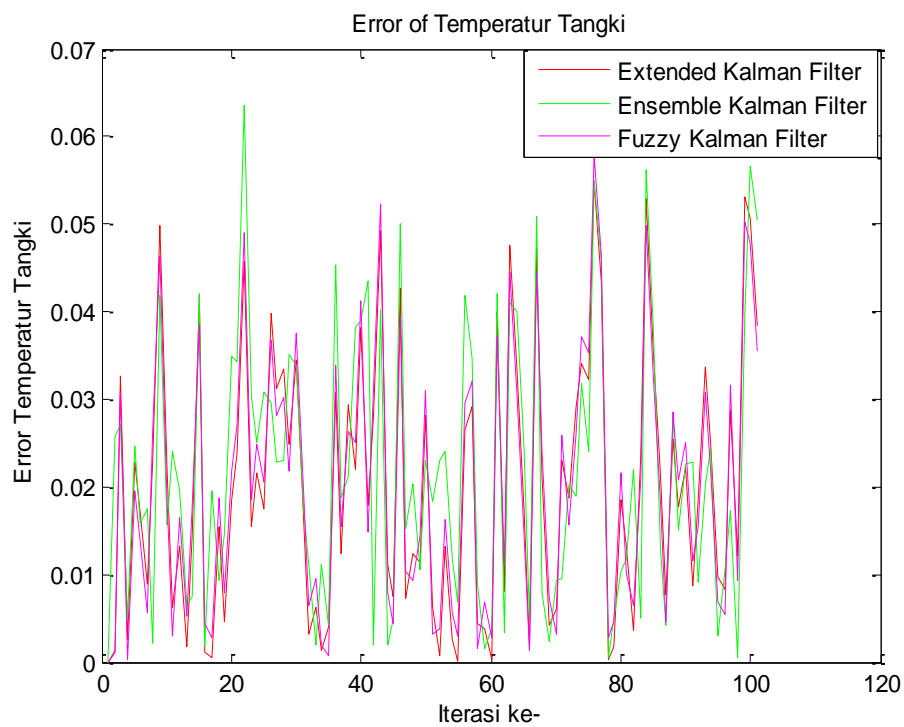
Gambar 4.6 Grafik Estimasi Temperatur Tangki (T) ; $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$



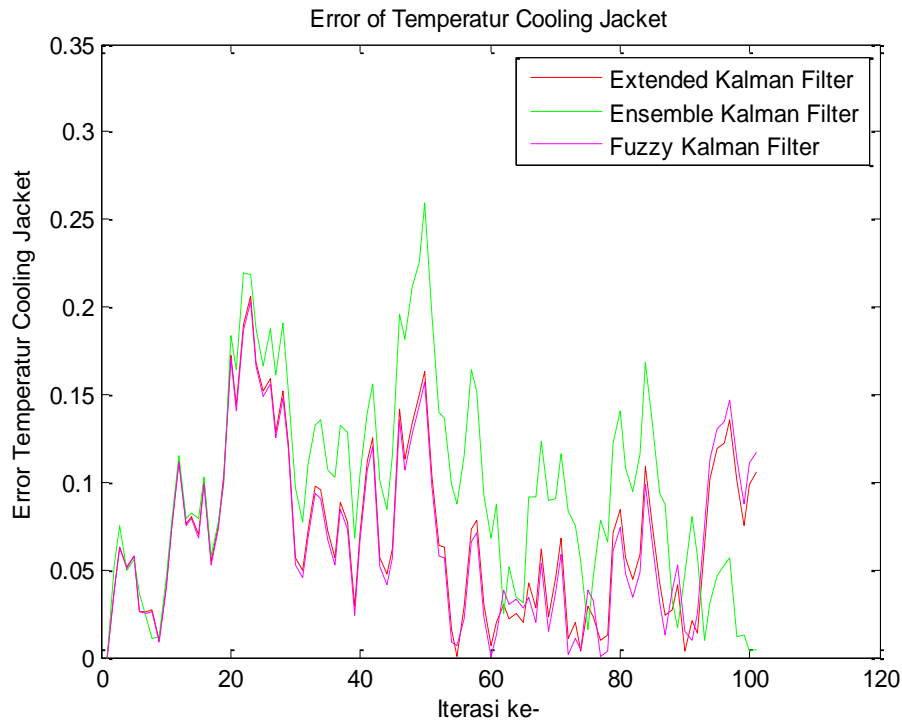
Gambar 4.7 Grafik Estimasi Temperatur *Cooling Jacket* (T_j) ; $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$



Gambar 4.8 Grafik Error Estimasi Konsentrasi Reaktan (C_A) ; $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$



Gambar 4.9 Grafik Error Temperatur Tangki (T) ; $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$



Gambar 4.10 Grafik Error Estimasi Temperatur *Cooling Jacket* (T_j) ; $H=[1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0]$

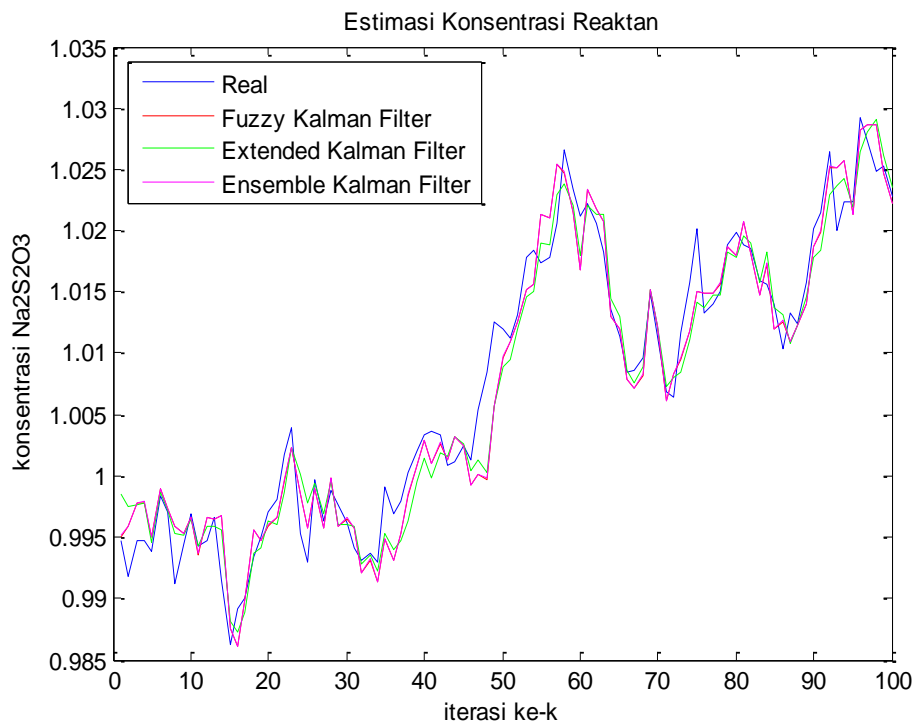
Hasil estimasi variabel C_A dan T menggunakan metode EnKF dengan ensemble 200 mempunyai nilai RMSE relatif lebih kecil dibandingkan nilai RMSE metode FKF dan EKF. Nilai RMSE variabel C_A menggunakan metode EnKF 2,9% lebih kecil dari metode FKF dan 3,1% lebih kecil dari metode EKF. Nilai RMSE variabel T menggunakan metode EnKF 1,52% lebih kecil dari metode FKF dan 1,6% lebih kecil dari metode EKF. Sedangkan estimasi variabel T_j menggunakan metode FKF menghasilkan RMSE relatif lebih kecil dibandingkan dengan hasil estimasi menggunakan metode EKF dan EnKF, yaitu 1,62% lebih kecil dari EKF dan 13,6% lebih kecil dari EnKF. Waktu komputasi metode EKF relatif lebih cepat dibanding waktu komputasi metode FKF dan EnKF yaitu 8,4% lebih cepat dari FKF dan 96,2% lebih cepat dari EnKF dengan ensemble 200.

4.5.2 Kasus 2

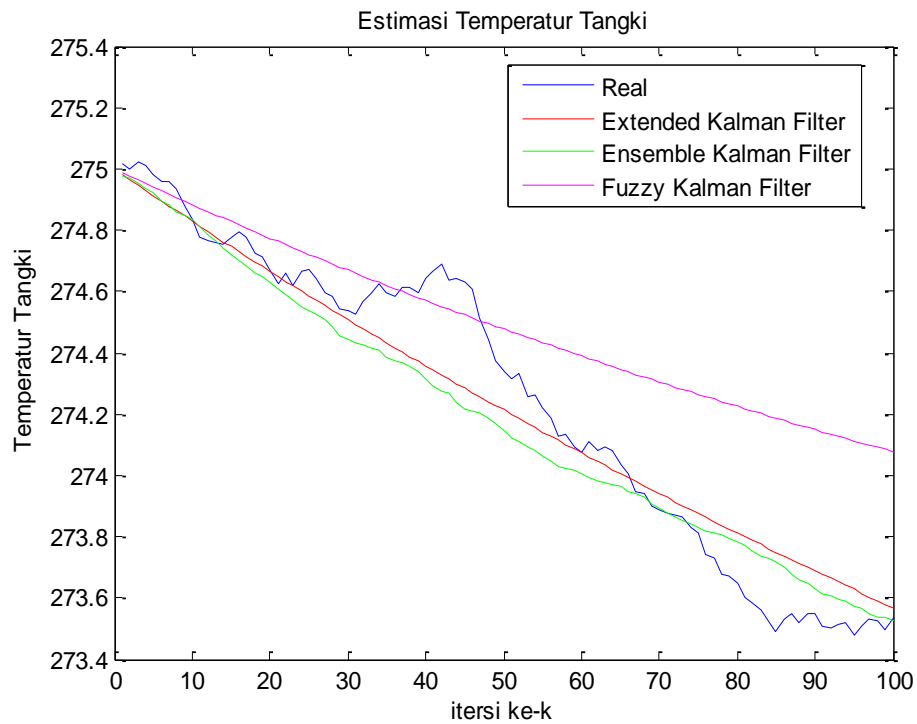
Simulasi pada kasus kedua adalah menggunakan matriks pengukuran $H = [1 \ 0 \ 0]$ yang artinya mengestimasi variabel keadaan *Non-Isothermal CSTR*

berdasarkan data pengukuran konsentrasi reaktan (C_A). Simulasi dilakukan dengan *running* sebanyak 10 kali kemudian diambil nilai rata – rata dari sepuluh *running* tersebut.

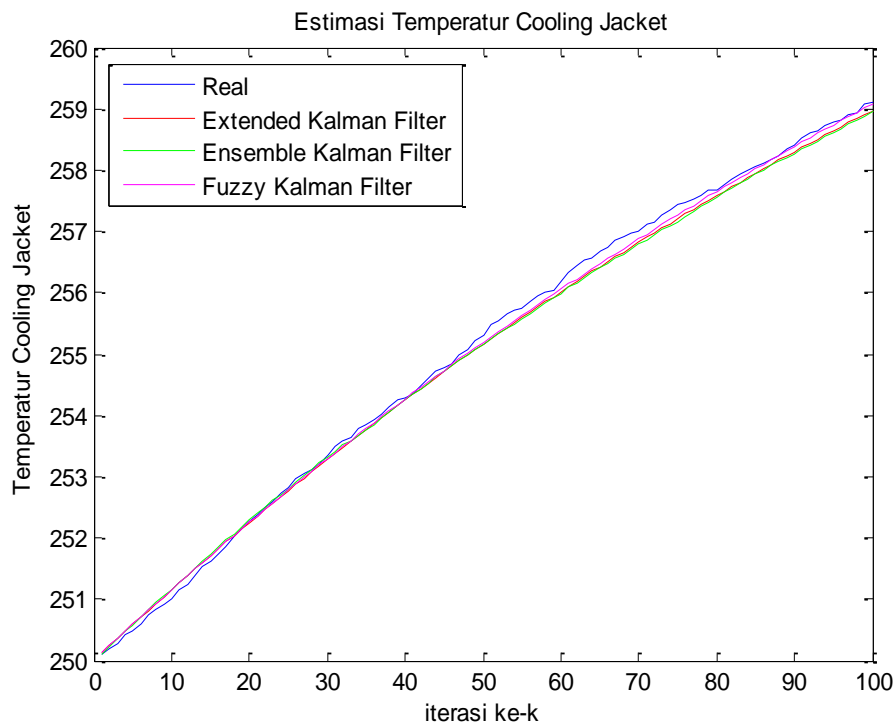
Hasil estimasi konsentrasi reaktan (C_A), temperatur tangki (T), dan temperatur *cooling jacket* (T_j) dengan metode FKF, EKF, dan EnKF menggunakan data pengukuran C_A tersaji pada Gambar 4.11 – 4.13. Grafik hasil estimasi untuk variabel T menunjukkan bahwa perilaku grafik metode FKF cenderung lebih menjauhi nilai real dibandingkan metode EnKF dan EKF. Hal ini dipengaruhi oleh data pengukuran yang digunakan. Sedangkan grafik hasil estimasi untuk variabel C_A dan T_j mendekati nilai real untuk ketiga metode, namun dari grafik tidak terlihat jelas metode mana yang lebih akurat.



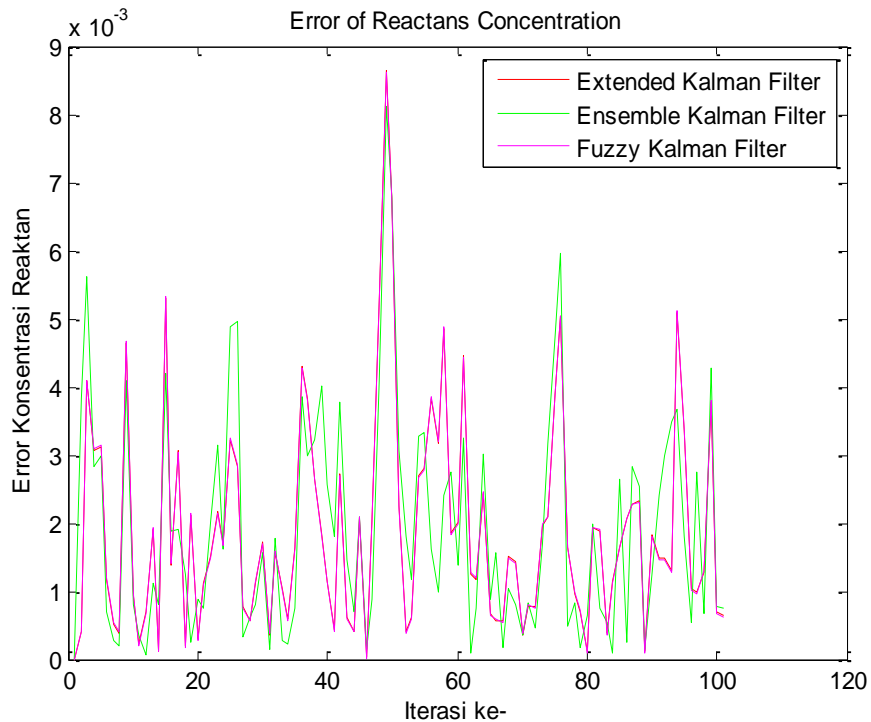
Gambar 4.11 Grafik estimasi konsentrasi reaktan (C_A) ; $H=[1 \ 0 \ 0]$



Gambar 4.12 Grafik estimasi temperatur tangki (T) ; $H=[1 \ 0 \ 0]$



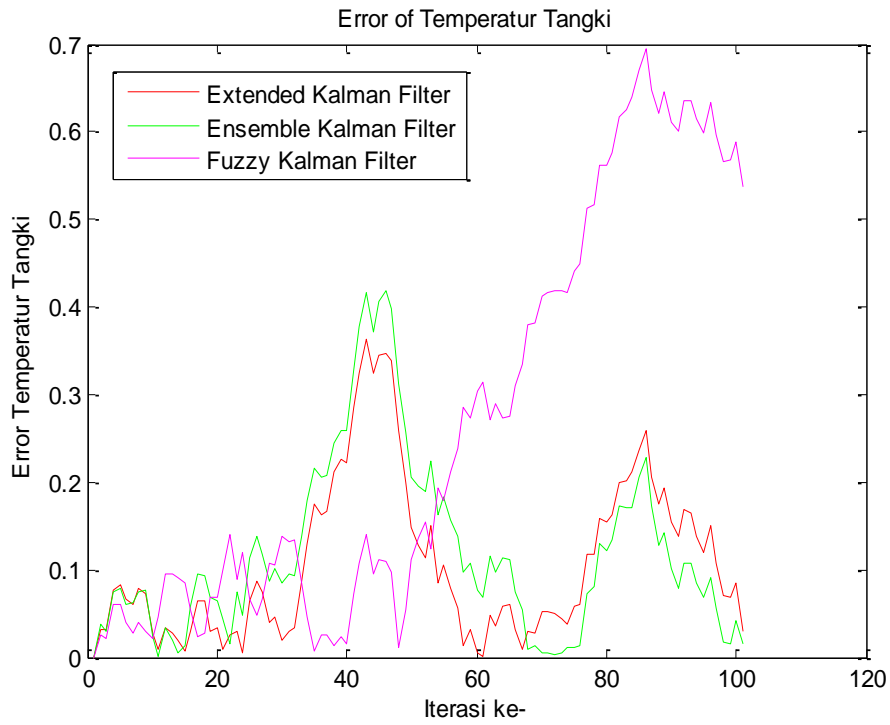
Gambar 4.13 Grafik estimasi temperatur *cooling jacket* (T_j) ; $H=[1 \ 0 \ 0]$



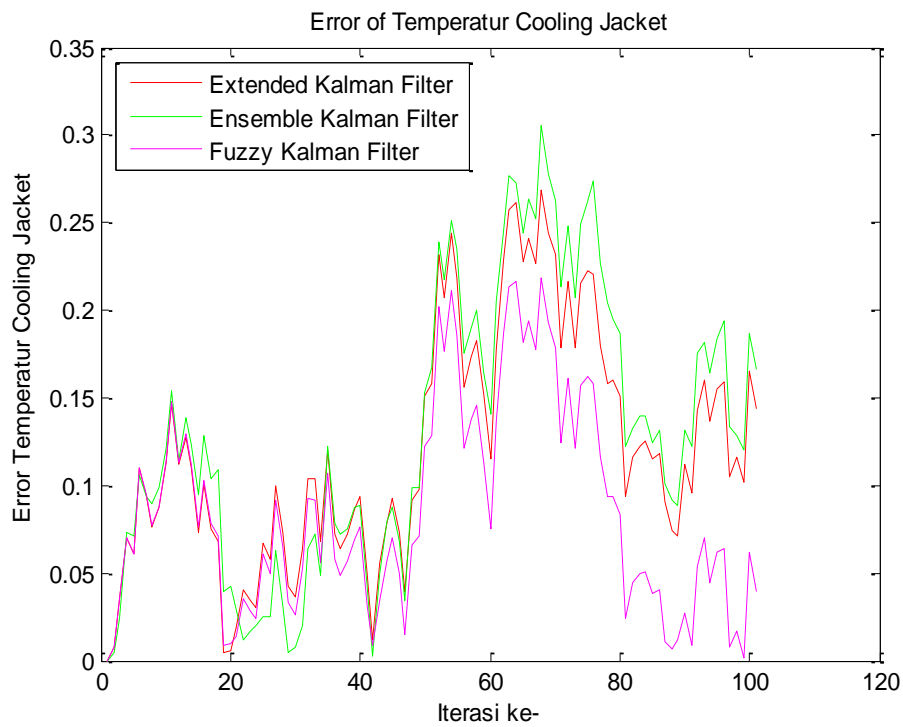
Gambar 4.14 Grafik error estimasi konsentrasi reaktan (C_A) ; $H=[1 \ 0 \ 0]$

Grafik error estimasi untuk variabel keadaan C_A , T , dan T_j dengan data pengukuran C_A tersaji pada Gambar 4.14 – 4.16. Berdasarkan grafik error estimasi terlihat bahwa metode FKF menghasilkan error estimasi relatif lebih besar dibandingkan metode EKF dan EnKF untuk variabel T . Grafik error estimasi untuk variabel T_j menunjukkan metode FKF mempunyai error relatif lebih kecil daripada metode EKF dan EnKF. Sedangkan grafik error estimasi untuk variabel C_A tidak terlihat jelas metode mana yang mempunyai error relatif kecil. Hal ini dapat diamati dengan data nilai *Root Mean Square Error* (RMSE).

Nilai RMSE hasil estimasi dan waktu komputasi dari ketiga metode dengan data pengukuran C_A tersaji pada Tabel 4.3. Berdasarkan Tabel 4.3 terlihat bahwa hasil estimasi dari variabel C_A , T , dan T_j dengan metode EnKF dengan pengambilan ensemble 50, 100, dan 200 mempengaruhi nilai RMSE dan waktu komputasi. Semakin banyak ensemble yang dibangkitkan, nilai RMSE semakin kecil namun waktu komputasi yang dibutuhkan semakin banyak.



Gambar 4.15 Grafik error estimasi temperatur tangki (T); $H=[1 \ 0 \ 0]$



Gambar 4.16 Grafik error estimasi temperatur *cooling jacket* (T_j) ; $H=[1 \ 0 \ 0]$

Tabel 4.3 Nilai RMSE dan Waktu Komputasi metode FKF, EKF, dan EnKF ; $H=[1 \ 0 \ 0]$

Var.	RMSE		Waktu Komputasi		Ne.	Var.	RMSE EnKF	Waktu Komp.
	FKF	EKF	FKF	EKF				
C_A	0.0024813	0.002483	0.325	0.247	50	C_A	0.00272	2.315
T	0.3478689	0.141390				T	0.17351	
T_j	0.1037219	0.138456				T_j	0.12720	
					100	C_A	0.00275	3.905
						T	0.17653	
						T_j	0.12286	
					200	C_A	0.00254	7.050
						T	0.15814	
						T_j	0.15392	

Estimasi variabel C_A dengan metode FKF menghasilkan nilai RMSE 0,07% lebih kecil dari nilai RMSE metode EKF dan 2,31% lebih kecil dari nilai RMSE metode EnKF dengan ensemble 200. Estimasi variabel T dengan metode FKF menghasilkan RMSE 59,35 % lebih besar daripada RMSE metode EKF dan 54,54% lebih besar dari RMSE metode EnKF dengan ensemble 200. Sedangkan estimasi variabel T_j menggunakan metode FKF menghasilkan RMSE 25,08% lebih kecil dari RMSE metode EKF dan 32,6% lebih kecil dari nilai RMSE metode EnKF dengan ensemble 200. Waktu komputasi metode EKF 24% lebih cepat dari waktu komputasi metode FKF dan 96% lebih cepat dari waktu komputasi metode EnKF dengan ensemble 200.

BAB 5

PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tesis ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Metode FKF, EKF, dan EnKF dengan data pengukuran C_A dan T maupun dengan data pengukuran C_A dapat digunakan untuk mengestimasi variabel keadaan dari *Non-Isothermal* CSTR. Hal ini berdasarkan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) hasil estimasi yang relatif kecil.
2. Hasil estimasi menggunakan data pengukuran C_A dan T lebih akurat dibandingkan dengan menggunakan data pengukuran C_A . Hal ini berdasarkan nilai RMSE hasil estimasi menggunakan data pengukuran C_A dan T yang relatif lebih kecil dari nilai RMSE hasil estimasi menggunakan data pengukuran C_A .
3. Berdasarkan akurasi hasil estimasi, metode EnKF dengan ensemble 200 lebih akurat dari metode FKF dan EKF untuk variabel C_A dan T . Sedangkan untuk estimasi variabel T_j metode FKF lebih akurat dari metode EKF dan EnKF. Nilai RMSE variabel C_A menggunakan metode EnKF 2,9% lebih kecil dari metode FKF dan 3,1% lebih kecil dari metode EKF. Nilai RMSE variabel T menggunakan metode EnKF 1,52% lebih kecil dari metode FKF dan 1,6% lebih kecil dari metode EKF. Sedangkan nilai RMSE variabel T_j menggunakan metode FKF 1,62% lebih kecil dari metode EKF dan 13,6% lebih kecil dari metode EnKF.
4. Berdasarkan waktu komputasi, metode EKF lebih baik dari metode FKF dan EnKF. Waktu komputasi metode EKF 8,4% lebih cepat dari waktu komputasi metode FKF dan 96% lebih cepat dari metode EnKF dengan ensemble 200.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas masih jauh dari sempurna. Sehingga untuk memperbaiki penelitian dapat dilakukan saran berikut:

1. Hasil estimasi variabel pada *Non-Isothermal* CSTR untuk selanjutnya diterapkan untuk mencari konversi reaksi sehingga dapat mengetahui apakah reaksi berjalan dengan baik.
2. Estimasi menggunakan metode FKF pada model *Non-Isothermal* CSTR mempunyai kemiripan hasil dengan metode EKF. Oleh karena itu, untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan kombinasi metode Logika Fuzzy dan *Extended Kalman Filter*.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriliani, E. Adzkiya, D., Baihaqi, A. (2011), "The Reduced Rank of Ensemble Kalman Filter to Estimate the Temperature of Non Isothermal Continue Stirred Tank Reactor", *Jurnal Teknik Industri*, Vol. 13, No. 2.
- Baihaqi, A. (2009), *Estimasi Variabel Keadaan pada Non Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor dengan Metode Unscented Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter*, Tesis Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Chen, G. (1997), "Fuzzy Kalman Filtering", *Journal of Information Sciences*, Vol. 109, hal. 197-209.
- Curn. (2014), *Correlated Estimation Problems and the Ensemble Kalman Filter*, Disertasi Departemen Physiology, Computer science, University of Dublin.
- Evensen, G. (1994), "Sequential Data Assimilation with Nonlinear Quasi-Geostrophic Model using Monte Carlo Methods to Forecast Error Statistics", *J Geophys Res* 99(C5) : 10 143-10 162.
- Evensen, G. (2003), "The Ensemble Kalman filter: Theoretical Formulation and Practical Implementation", *Ocean Dynamics* 53, 343.
- Han, L. R. (2004), *A Fuzzy-Kalman Filtering Strategy for State Estimation*, A Thesis Department of Mechanical Engineering, University of Saskatchewan. Saskaton, Kanada.
- Lewis, E. (2006), *Dynamic Data Assimilation: A Least Squares Approach*, University Press, Cambridge.
- Rosadi, H. (2000), "Pemodelan Continuous Stirred Tank Reactor", *Proceeding Komputer dan Sistem Intelijen*, Program Pascasarjana Teknologi Industri Pertanian, IPB.

- Sani, R., Apriliani, E., dan Irawan, M. (2016), “Estimasi Variabel Keadaan Gerak Longitudinal Pesawat Terbang menggunakan Metode Fuzzy Kalman Filter”, *Jurnal Sains dan Seni*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Vol. 5, No. 2.
- Simon, D. (2006), *Optimal State Estimation : Kalman, H_{∞} , and Nonlinear Approaches*, John Wiley&Sons, Canada.
- Rajaraman, S., Hanh, J., Mannan, M.S. (2004), “A Methodology for Fault Detection, Isolation, and Identification for Nonlinear Processes with Parametric Uncertainties”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol.43, No.21. 6774 – 6786.
- Subiono, (2013), *Sistem Linear*, Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Zadeh, Lotfi A. (1965), “Fuzzy Sets”, *Journal of Information and Control*, 8, 338–353.

LAMPIRAN

LAMPIRAN A

Source Code

Program untuk estimasi variabel keadaan pada *Non-Isothermal Continuous Stirred Tank Reactor* menggunakan metode Fuzzy Kalman Filter, Extended Kalman Filter, dan Ensemble Kalman Filter adalah sebagai berikut :

```
clear all;
clc;
format long

%data awal
Ca(1)=1; T(1)=275; Tj(1)=250;
Ca0=1; T0=275; Tj0=250;
Ca_f=1; T_f=275; Tj_f=250;

%parameter-parameter
kt=100; deltat=0.01;
a11=0.02*deltat; a22=1.37*10^12*deltat;
b11=5.5*deltat; b33=1946.1144*10^11*deltat; b44=0.0476*deltat;
c11=12.5*deltat; c22=0.05*deltat; c33=0.4762*deltat;

H=zeros(2,3);
H(1,1)=1;
H(2,2)=0;

Q1=0.000001;
Q2=0.000001;
Q3=0.000001;
Q=[Q1 0 0; 0 Q2 0; 0 0 Q3];

R1=0.000001;
R2=0.000001;
R=[R1 0; 0 R2];

ensemble=50;

%parameter-parameter
k=100; deltat=0.01;
a1=0.02*deltat; a2=1.37*10^12*deltat; b1=1.9461144*10^14*deltat;
b2=1-0.067*deltat; b3=0.0476*deltat; b4=0.4762*deltat;
c1=1-0.526*deltat; c2=0.05*deltat;
Cain=1; Tin=275; Tjin=250;

%model sistem
G=[1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
uk=[Cain; Tin; Tjin];

%inisialisasi
x0=[Ca0; T0; Tj0];
Ca_re=Ca0; T_re=T0; Tj_re=Tj0;
Ca_ekf=Ca0; T_ekf=T0; Tj_ekf=Tj0;
```

```

Ca_fkf=Ca0;T_fkf=T0;Tj_fkf=Tj0;
x_re0=x0;x_rea=x0;z0=[0;0];z_re0=[0;0];
xcor_1=x0;xcor_2=x0;xcor_3=x0;xcor_4=x0;
xcoro_ekf=x0;xcor_ekf=x0;
xcor_ekf(:, :, 1)=x0;
xcor_fkf(:, :, 1)=x0;
xcoro_1=x0;xcoro_2=x0;xcoro_3=x0;xcoro_4=x0;xcoro_fkf=x0;

P0=[0.1 0 0;0 0.05 0;0 0 0.000005];
Pcor_ekf=P0;
Pcor_1=P0;Pcor_2=P0;Pcor_3=P0;Pcor_4=P0;
error_ekf1=0;error_ekf2=0;error_ekf3=0;
error_enkf1=0;error_enkf2=0;error_enkf3=0;
error_fkf1=0;error_fkf2=0;error_fkf3=0;
MSE_ekf1=0;MSE_ekf2=0;MSE_ekf3=0;
MSE_enkf1=0;MSE_enkf2=0;MSE_enkf3=0;
MSE_fkf1=0;MSE_fkf2=0;MSE_fkf3=0;

%=====

% SISTEM REAL
tic;
for j=1:10
    running=j;
    for i=1:kt
        A_re=[1-a1-(a2*exp(-9204.998/T_re)*Ca_re) 0 0; b1*exp(-
9204.998/T_re)*Ca_re b2 b3;0 b4 c1];
        B_re=[a1 0 0;0 a1 0;0 0 c2];
        x_re=A_re*x_re0+B_re*uk+G*sqrt(Q)*randn(3,1);
        z=H*x_re+sqrt(R)*randn(2,1);
        x_re0=x_re;x_retot=[x_rea x_re];
        x_rea=x_retot;
        z_retot=[z0 z];z0=z_retot;
        Ca_re=x_re(1,:);T_re=x_re(2,:);Tj_re=x_re(3,:);
    end
    Ca_re=Ca0;T_re=T0;Tj_re=Tj0;
    x_re0=x0;x_retotal=[x_rea x_re0];x_rea=x_retotal;
    z_retotal=[z0 z_re0];z0=z_retotal;
    %waktu_sisre=toc;
end
for k=1:kt+1
    %tic;

    xre(:, :, k)=(x_retot(:, k)+x_retot(:, k+kt+1)+x_retot(:, k+2*(kt+1))+x
_retot(:, k+3*(kt+1))+x_retot(:, k+4*(kt+1))+x_retot(:, k+5*(kt+1))+x
_retot(:, k+6*(kt+1))+x_retot(:, k+7*(kt+1))+x_retot(:, k+8*(kt+1))+x
_retot(:, k+9*(kt+1)))/10;

    zre(:, :, k)=(z_retot(:, k)+z_retot(:, k+kt+1)+z_retot(:, k+2*(kt+1))+z
_retot(:, k+3*(kt+1))+z_retot(:, k+4*(kt+1))+z_retot(:, k+5*(kt+1))+z
_retot(:, k+6*(kt+1))+z_retot(:, k+7*(kt+1))+z_retot(:, k+8*(kt+1))+z
_retot(:, k+9*(kt+1)))/10;

end
waktu_sisre=toc;

%=====

```

```

% EXTENDED KALMAN FILTER
for k=1:kt
    tic;
    A=[1-a1-(a2*exp(-9204.998/T_ekf)*Ca_ekf) 0 0;b1*exp(-
9204.998/T_ekf)*Ca_ekf b2 b3;0 b4 c1];
    B=[a1 0 0;0 a1 0;0 0 c2];
    %tahap prediksi
    xpre_ekf=A*xcor_ekf(:, :, k)+B*uk;
    A_ekf=[1-0.02*deltat-(2.74*10^12*deltat*exp(-
9204.998/T_ekf)*Ca_ekf) (-126108.482*10^11*deltat*exp(-
9204.998/T_ekf)*Ca_ekf^2)/(T_ekf^2) 0;3892.23*10^11*deltat*exp(-
9204.998/T_ekf)*Ca_ekf 1-0.0676*deltat+(17.912*10^17*deltat*exp(-
9204.998/T_ekf)*Ca_ekf^2)/(T_ekf^2) 0.0476*deltat;0 0.476*deltat
1-2.05*deltat];
    Ppre_ekf=A_ekf*Pcor_ekf*transpose(A_ekf)+G*Q*transpose(G);
    %tahap koreksi
    K_ekf=Ppre_ekf*transpose(H)*inv(H*Ppre_ekf*transpose(H)+R);
    Pcor_ekf=(eye(3)-K_ekf*H)*Ppre_ekf;
    xcor_ekf(:, :, k+1)=xpre_ekf+K_ekf*(zre(:, :, k+1)-H*xpre_ekf);
    xcortot_ekf=[xcoro_ekf xcor_ekf(:, :, k+1)];
    xcoro_ekf=xcortot_ekf;
    Ca_ekf=xcor_ekf(1, :, k+1);
    T_ekf=xcor_ekf(2, :, k+1);
    Tj_ekf=xcor_ekf(3, :, k+1);
    % Error konsentrasi reaktan
    error_ekf1=[error_ekf1 abs(xre(1, :, k+1)-xcor_ekf(1, :, k+1))];
    % Error temperatur tank
    error_ekf2=[error_ekf2 abs(xre(2, :, k+1)-xcor_ekf(2, :, k+1))];
    % Error temperatur cooling jacket
    error_ekf3=[error_ekf3 abs(xre(3, :, k+1)-xcor_ekf(3, :, k+1))];
    % MSE konsentrasi reaktan
    MSE_ekf1=MSE_ekf1+(xre(1, :, k+1)-xcor_ekf(1, :, k+1))^2;
    % MSE temperatur tank
    MSE_ekf2=MSE_ekf2+(xre(2, :, k+1)-xcor_ekf(2, :, k+1))^2;
    % MSE temperatur cooling jacket
    MSE_ekf3=MSE_ekf3+(xre(3, :, k+1)-xcor_ekf(3, :, k+1))^2;

end
waktu_ekf1=toc;
waktu_ekf=waktu_ekf1+waktu_sisre;
    % RMSE konsentrasi reaktan
    RMSE_ekf1=sqrt(MSE_ekf1/kt)
    % RMSE temperatur tank
    RMSE_ekf2=sqrt(MSE_ekf2/kt)
    % RMSE temperatur cooling jacket
    RMSE_ekf3=sqrt(MSE_ekf3/kt)

%=====

% ENSEMBLE KALMAN FILTER
%pembangkitan N-ensemble untuk x0
tic;
for j=1:ensemble

    Ca_en_awal(j)=Ca0+normrnd(0,sqrt(0.0001),1,1);
    T_en_awal(j)=T0+normrnd(0,sqrt(0.0001),1,1);

```

```

Tj_en_awal(j)=Tj0+normrnd(0,sqrt(0.0001),1,1);
end
%rata-rata nilai awal untuk tahap prediksi
Ca_topi(1)=mean(Ca_en_awal,2);
T_topi(1)=mean(T_en_awal,2);
Tj_topi(1)=mean(Tj_en_awal,2);

for k=1:kt
    %model sistem dan model pengukuran

    Ca(k+1)=a11+(1-a11)*Ca(k)-a22*exp(-
9204.9887/T(k))*(Ca(k))^2+normrnd(0,sqrt(Q1),1,1);
    T(k+1)=b11+(1-a11-b44)*T(k)+b33*exp(-
9204.9887/T(k))*(Ca(k))^2+b44*Tj(k)+normrnd(0,sqrt(Q2),1,1);
    Tj(k+1)=c11+(1-c22-
c33)*Tj(k)+c33*T(k)+normrnd(0,sqrt(Q3),1,1);
    xreal=[Ca(k+1);T(k+1);Tj(k+1)];
    z=H*xreal+[normrnd(0,sqrt(R1),1,1);normrnd(0,sqrt(R2),1,1)];

    %tahap prediksi
    Cacapil(k+1)=a11+(1-a11)*Ca_topi(k)-a22*exp(-
9204.9887/T_topi(k))*(Ca_topi(k))^2;
    Tcapil(k+1)=b11+(1-a11-b44)*T_topi(k)+b33*exp(-
9204.9887/T_topi(k))*(Ca_topi(k))^2+b44*Tj_topi(k);
    Tjcapil(k+1)=c11+(1-c22-c33)*Tj_topi(k)+c33*T_topi(k);
    for j=1:ensemble
        Capre(j)=Cacapil(k+1)+normrnd(0,sqrt(Q1),1,1);
        Tpre(j)=Tcapil(k+1)+normrnd(0,sqrt(Q2),1,1);
        Tjpre(j)=Tjcapil(k+1)+normrnd(0,sqrt(Q3),1,1);
    end
    Capre2=mean(Capre,2);
    Tpre2=mean(Tpre,2);
    Tjpre2=mean(Tjpre,2);

    for a=1:ensemble
        Capremean(:,a)=Capre2;
        Tpremean(:,a)=Tpre2;
        Tjpremean(:,a)=Tjpre2;
    end

    % Kovariansi Error
    erorpre1=Capre-Capremean;
    erorpre2=Tpre-Tpremean;
    erorpre3=Tjpre-Tjpremean;

    E1=erorpre1*erorpre1';
    E2=erorpre2*erorpre2';
    E3=erorpre3*erorpre3';
    Ppre1=(1/(ensemble-1))*E1;
    Ppre2=(1/(ensemble-1))*E2;
    Ppre3=(1/(ensemble-1))*E3;
    P=[Ppre1 Ppre2 Ppre3];
    Ppre=diag(P);
    xpre=[Capre;Tpre;Tjpre];

```

```

%% Tahap Koreksi
% Pembangkitan z
for r=1:ensemble
    zkor(:,r)=
zre(:, :, k+1)+[normrnd(0,sqrt(R1),1,1);normrnd(0,sqrt(R2),1,1)];
end

% Kalman Gain
Ka = (Ppre*H')*inv(H*Ppre*H'+R);

% Estimasi
xkor = xpre+Ka*(zkor-H*xpre);

hasil = mean(xkor,2);
plot_hasil(:,k)=hasil;
% Kovariansi Error
CovError = (eye(3,3)-Ka*H)*Ppre;

Ca_topi(k+1)=hasil(1,1);
T_topi(k+1)=hasil(2,1);
Tj_topi(k+1)=hasil(3,1);
% Error konsentrasi reaktan
error_enkf1=[error_enkf1 abs(xre(1,:,k+1)-Ca_topi(k+1))];
% Error temperatur tank
error_enkf2=[error_enkf2 abs(xre(2,:,k+1)-T_topi(k+1))];
% Error temperatur cooling jacket
error_enkf3=[error_enkf3 abs(xre(3,:,k+1)-Tj_topi(k+1))];
% MSE konsentrasi reaktan
MSE_enkf1=MSE_enkf1+(xre(1,:,k+1)-Ca_topi(k+1))^2;
% MSE temperatur tank
MSE_enkf2=MSE_enkf2+(xre(2,:,k+1)-T_topi(k+1))^2;
% MSE temperatur cooling jacket
MSE_enkf3=MSE_enkf3+(xre(3,:,k+1)-Tj_topi(k+1))^2;

end
waktu_enkf1=toc;
waktu_enkf=waktu_enkf1+waktu_sisre;
% RMSE konsentrasi reaktan
RMSE_enkf1=sqrt(MSE_enkf1/kt)
% RMSE temperatur tank
RMSE_enkf2=sqrt(MSE_enkf2/kt)
% RMSE temperatur cooling jacket
RMSE_enkf3=sqrt(MSE_enkf3/kt)

%=====

% FUZZY KALMAN FILTER
tic;
for k=1:kt

    Ca1=0.95*Ca_f; Ca2=1.05*Ca_f; T1=0.95*T_f; T2=1.05*T_f;
    miu_Ca1=(Ca_f-Ca1)/(Ca2-Ca1);
    miu_Ca2=(Ca2-Ca_f)/(Ca2-Ca1);
    miu_T1=(T_f-T1)/(T2-T1);
    miu_T2=(T2-T_f)/(T2-T1);
    Ca_min=Ca1*miu_Ca1;

```

```

Ca_max=Ca2*miu_Ca2;
T_min=T1*miu_T1;
T_max=T2*miu_T2;
B_fkf=[a1 0 0;0 a1 0;0 0 c2];

%piecewise matriks A
A_1=[1-a1-(a2*exp(-9204.998/T_min)*Ca_min) 0 0; b1*exp(-
9204.998/T_min)*Ca_min b2 b3;0 b4 c1];
A_2=[1-a1-(a2*exp(-9204.998/T_max)*Ca_min) 0 0; b1*exp(-
9204.998/T_max)*Ca_min b2 b3;0 b4 c1];
A_3=[1-a1-(a2*exp(-9204.998/T_min)*Ca_max) 0 0; b1*exp(-
9204.998/T_min)*Ca_max b2 b3;0 b4 c1];
A_4=[1-a1-(a2*exp(-9204.998/T_max)*Ca_max) 0 0; b1*exp(-
9204.998/T_max)*Ca_max b2 b3;0 b4 c1];

%tahap prediksi (time update)
Ppre_1=(A_1*Pcor_1*transpose(A_1))+(G*Q*transpose(G));
Ppre_2=(A_2*Pcor_2*transpose(A_2))+(G*Q*transpose(G));
Ppre_3=(A_3*Pcor_3*transpose(A_3))+(G*Q*transpose(G));
Ppre_4=(A_4*Pcor_4*transpose(A_4))+(G*Q*transpose(G));

xpre_1=(A_1*xcor_1)+(B_fkf*uk);
xpre_2=(A_1*xcor_2)+(B_fkf*uk);
xpre_3=(A_1*xcor_3)+(B_fkf*uk);
xpre_4=(A_1*xcor_4)+(B_fkf*uk);

%tahap koreksi (measurement update)
K_1=Ppre_1*transpose(H)*inv(H*Ppre_1*transpose(H)+R);
K_2=Ppre_2*transpose(H)*inv(H*Ppre_2*transpose(H)+R);
K_3=Ppre_3*transpose(H)*inv(H*Ppre_3*transpose(H)+R);
K_4=Ppre_4*transpose(H)*inv(H*Ppre_4*transpose(H)+R);

Pcor_1=(eye(3)-K_1*H)*Ppre_1;
Pcor_2=(eye(3)-K_2*H)*Ppre_2;
Pcor_3=(eye(3)-K_3*H)*Ppre_3;
Pcor_4=(eye(3)-K_4*H)*Ppre_4;

xcor_1=xpre_1+K_1*(zre(:, :, k+1)-H*xpre_1);
xcor_2=xpre_2+K_2*(zre(:, :, k+1)-H*xpre_2);
xcor_3=xpre_3+K_3*(zre(:, :, k+1)-H*xpre_3);
xcor_4=xpre_4+K_4*(zre(:, :, k+1)-H*xpre_4);

xcortot_1=[xcoro_1 xcor_1];xcortot_2=[xcoro_2
xcor_2];xcortot_3=[xcoro_3 xcor_3];xcortot_4=[xcoro_4 xcor_4];
xcoro_1=xcortot_1; xcoro_2=xcortot_2; xcoro_3=xcortot_3;
xcoro_4=xcortot_4;

%defuzzifikasi
W_1=miu_Ca1*miu_T1;
W_2=miu_Ca1*miu_T2;
W_3=miu_Ca2*miu_T1;
W_4=miu_Ca2*miu_T2;

xcor_fkf(:, :, k+1)=(W_1*xcor_1+W_2*xcor_2+W_3*xcor_3+W_4*xcor_4
)/(W_1+W_2+W_3+W_4);
xcortot_fkf=[xcoro_fkf xcor_fkf(:, :, k+1)];

```



```

xcoro_fkf=xcortot_fkf;
Ca_fkf=xcor_fkf(1,:,k+1);
T_fkf=xcor_fkf(2,:,k+1);
Tj_fkf=xcor_fkf(3,:,k+1);
%error konsentrasi reaktan
error_fkf1=[error_fkf1 abs(xre(1,:,k+1)-xcor_fkf(1,:,k+1))];
%error temperatur tank
error_fkf2=[error_fkf2 abs(xre(2,:,k+1)-xcor_fkf(2,:,k+1))];
%error temperatur cooling jacket
error_fkf3=[error_fkf3 abs(xre(3,:,k+1)-xcor_fkf(3,:,k+1))];
%MSE konsentrasi reaktan
MSE_fkf1=MSE_fkf1+(xre(1,:,k+1)-xcor_fkf(1,:,k+1))^2;
%MSE temperatur tank
MSE_fkf2=MSE_fkf2+(xre(2,:,k+1)-xcor_fkf(2,:,k+1))^2;
%MSE temperatur cooling jacket
MSE_fkf3=MSE_fkf3+(xre(3,:,k+1)-xcor_fkf(3,:,k+1))^2;

end
waktu_fkf1=toc;
waktu_fkf=waktu_fkf1+waktu_sisre;
% RMSE konsentrasi reaktan
RMSE_fkf1=sqrt(MSE_fkf1/kt)
% RMSE temperatur tank
RMSE_fkf2=sqrt(MSE_fkf2/kt)
% RMSE temperatur cooling jacket
RMSE_fkf3=sqrt(MSE_fkf3/kt)

%=====
time_ekf=sum(waktu_ekf)
time_enkf=sum(waktu_enkf)
time_fkf=sum(waktu_fkf)

%% Plot
figure(1)
plot(1:kt,xre(1,2:kt+1),'blue',1:kt,xcortot_ekf(1,2:kt+1),'red',(1:kt),plot_hasil(1,:), 'green',1:kt,xcortot_fkf(1,2:kt+1), 'magenta')
title('Estimasi Konsentrasi Reaktan');
ylabel('konsentrasi Na2S2O3');
xlabel('iterasi ke-k');
legend('Real', 'Fuzzy Kalman Filter', 'Extended Kalman Filter', 'Ensemble Kalman Filter');

figure(2)
plot(1:kt,xre(2,2:kt+1),'blue',1:kt,xcortot_ekf(2,2:kt+1),'red',(1:kt),plot_hasil(2,:), 'green',1:kt,xcortot_fkf(2,2:kt+1), 'magenta')
title('Estimasi Temperatur Tangki');
ylabel('Temperatur Tangki');
xlabel('itersi ke-k');
legend('Real', 'Extended Kalman Filter', 'Ensemble Kalman Filter', 'Fuzzy Kalman Filter');

figure(3)
plot(1:kt,xre(3,2:kt+1),'blue',1:kt,xcortot_ekf(3,2:kt+1),'red',(1:kt),plot_hasil(3,:), 'green',1:kt,xcortot_fkf(3,2:kt+1), 'magenta')
title('Estimasi Temperatur Cooling Jacket');
ylabel('Temperatur Cooling Jacket');
xlabel('iterasi ke-k');

```

```

legend('Real', 'Extended Kalman Filter', 'Ensemble Kalman
Filter', 'Fuzzy Kalman Filter');

figure(4)
plot(1:kt+1,error_ekf1,'r',1:kt+1,error_enkf1,'g',1:kt+1,error_fkf
1,'m')
title('Error of Reactans Concentration');
ylabel('Error Konsentrasi Reaktan');
xlabel('Iterasi ke-');
legend('Extended Kalman Filter', 'Ensemble Kalman Filter', 'Fuzzy
Kalman Filter');

figure(5)
plot(1:kt+1,error_ekf2,'r',1:kt+1,error_enkf2,'g',1:kt+1,error_fkf
2,'m')
title('Error of Temperatur Tangki');
ylabel('Error Temperatur Tangki');
xlabel('Iterasi ke-');
legend('Extended Kalman Filter', 'Ensemble Kalman Filter', 'Fuzzy
Kalman Filter');

figure(6)
plot(1:kt+1,error_ekf3,'r',1:kt+1,error_enkf3,'g',1:kt+1,error_fkf
3,'m')
title('Error of Temperatur Cooling Jacket');
ylabel('Error Temperatur Cooling Jacket');
xlabel('Iterasi ke-');
legend('Extended Kalman Filter', 'Ensemble Kalman Filter', 'Fuzzy
Kalman Filter');

```

LAMPIRAN B

Biografi Penulis



Risa Fitria dilahirkan di Tulungagung, 26 Mei 1987. Merupakan putri pertama dari pasangan Bapak Zainal Fanani dan Ibu Muslimah. Penulis menempuh pendidikan formal Strata-1 (S1) di Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya pada tahun 2005. Penulis mengambil bidang minat Pemodelan dan dinyatakan lulus pada Maret 2011. Kemudian penulis melanjutkan studi Magister (S2) di Program Studi Pascasarjana Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember pada tahun 2011 dengan mengambil bidang minat Matematika Terapan. Penulis berhasil menyelesaikan Tesis pada bulan Januari 2017. Informasi lebih lanjut mengenai Tesis ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: risa.fanani@gmail.com